

## Computer Simulation of Cure Process of an Axisymmetric Rubber Article Reinforced by Metal Plates Using Extended ABAQUS Code

M.H.R. Ghoreishy<sup>1\*</sup>, M. Rafei<sup>1</sup>, G. Naderi<sup>1</sup>, G.R. Bakhshandeh<sup>1</sup>, and M. Nasiri<sup>2</sup>

1. Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box: 14965-115, Tehran, Iran

2. Casiran Industrial Complex, P.O. Box: 149, Doroud, Iran

Received 30 November 2009, accepted 19 May 2010

### ABSTRACT

A finite element model is developed for simulation of the curing process of a thick axisymmetric rubber article reinforced by metal plates during the molding and cooling stages. The model consists of the heat transfer equation and a newly developed kinetics model for the determination of the state of cure in the rubber. The latter is based on the modification of the well-known Kamal-Sourour model. The thermal contact of the rubber with metallic surfaces (inserts and molds) and the variation of the thermal properties (conductivity and specific heat) with temperature and state-of-cure are taken into consideration. The ABAQUS code is used in conjunction with an in-house developed user subroutine to solve the governing equations. Having compared temperature profile and variation of the state-of-cure with experimentally measured data, the accuracy and applicability of the model is confirmed. It is also shown that this model can be successfully used for the optimization of curing process which gives rise to reduction of the molding time.

#### Key Words:

rubber, cure,  
simulation,  
finite element,  
cure kinetics

(\*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir

# شبیه سازی رایانه ای فرایند پخت قطعه لاستیکی مقارن محوری تقویت شده با صفحات فلزی با استفاده از نرم افزار توسعه داده شده ABAQUS

میرحمید رضا قریشی<sup>۱\*</sup>، مهدی رافعی<sup>۱</sup>، قاسم نادری<sup>۱</sup>، غلامرضا بخشنده<sup>۱</sup>، محمود نصیری<sup>۲</sup>

۱- تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، صندوق پستی ۱۱۵-۱۴۹۶۵

۲- دورود، مجتمع صنعتی کاسیران، صندوق پستی ۱۴۹

دریافت: ۸۸/۹/۹، پذیرش: ۸۹/۲/۲۹

## چکیده

پیش بینی زمان پخت قطعات لاستیکی همواره از مسائل بسیار مهم در صنعت لاستیک به شمار می آید. پیش بینی تاریخچه گرمایی و مقدار پخت در نقاط مختلف قطعه با استفاده از معادلات و مدل های حاکم بر رفتار انتقال گرما و سینتیک پخت یکی از بهترین روش ها برای بهینه سازی فرایند پخت است. در این پژوهش، معادلات انتقال گرما و سینتیک پخت در یک قطعه لاستیکی از راه شبیه سازی رایانه ای با استفاده از توسعه زیربرنامه کمکی UMATHT، به کمک نرم افزار ABAQUS در حالت دوبعدی و در مختصات استوانه ای (مقارن محوری)، در دو مرحله پخت درون قالب و خنک شدن بیرون از قالب حل شده است. در نظر گرفتن وابستگی ضرایب معادله انتقال گرما به دما و مقدار پخت، انجام محاسبات سینتیکی و در نظر گرفتن رسانش تماسی در محل تماس قطعه و قالب برای افزایش دقت مدل از جمله ویژگی های مدل توسعه یافته است. مقایسه بین تاریخچه گرمایی محاسبه شده به کمک مدل با داده های اندازه گیری شده با ترموکوپل نشان داد که مدل از دقت زیادی در پیش بینی نیم رخ دما و در نتیجه مقدار پیش رفت واکنش در هر دو مرحله برخوردار است.

### واژه های کلیدی

لاستیک، پخت،  
شبیه سازی،  
اجزای محدود،  
سینتیک پخت

\* مسئول مکاتبات، پیام نگار:

## مقدمه

دست‌یابی به خواص مورد انتظار از یک قطعه لاستیکی تنها با پخت آن در مرحله شکل‌دهی درون قالب امکان‌پذیر می‌شود. این مرحله زمان‌بر و پرهزینه‌ترین بخش در فرایند تولید قطعات لاستیکی است که نقشی حیاتی در خواص نهایی دارد. بهینه‌سازی زمان لازم برای گرمادهی درون قالب می‌تواند ضمن حفظ خواص مورد انتظار از قطعه لاستیکی در بیشترین سطح ممکن، زمان و انرژی مصرفی را تا حد زیادی کاهش دهد. برای بهینه‌سازی زمان پخت دانستن مقدار پخت در هر نقطه و در هر لحظه از زمان ضروری است.

تأمین گرمای لازم برای انجام واکنش پخت از دیواره‌های قالب در کنار ضریب نفوذپذیری گرمایی کم لاستیک‌ها موجب شده است تا این فرایند به شدت ناهم‌دما باشد. بنابراین، با توجه به وابستگی شدید زمان القا و سرعت واکنش پخت به دما، دانستن تاریخچه گرمایی قطعه که در هر نقطه یکتاست، برای تعیین مقدار پیش‌رفت واکنش با زمان ضروری است [۱]. ترموکوپل‌گذاری و تعیین تاریخچه گرمایی نقاط حساس قطعه از این راه، روش مرسوم برای بهینه‌سازی فرایند پخت است که روشی پرهزینه و زمان‌بر است. از این رو، پژوهش‌گران همواره به دنبال یافتن روش‌های جای‌گزين بوده‌اند. پیش‌بینی تاریخچه گرمایی و مقدار پخت در نقاط مختلف قطعه با استفاده از معادلات و مدل‌های حاکم بر رفتار انتقال گرما و سینتیک پخت یکی از این روش‌هاست. Ambelang و Prentice در سال ۱۹۷۲ برای اولین بار روشی رقمی برای محاسبه شار گرمایی درون یک قطعه لاستیکی ارائه کردند [۲]. از آن زمان تاکنون، مطالعات بسیاری در این زمینه انجام شده است [۳-۱۳]. شرایط مرزی متغیر با زمان، متغیر بودن گرمای تولیدی در نقاط مختلف قطعه و نیز در زمان‌های متفاوت، وابستگی ضرایب انتقال گرمای لاستیک‌ها به دما و مقدار شبکه‌ای شدن و نیز پیچیدگی‌های موجود در شکل هندسی قطعات عواملی هستند که موجب غیرخطی شدن معادله انتقال گرمای حاکم بر سامانه شده و شبیه‌سازی آن را با دشواری‌هایی مواجه می‌سازد. تا به امروز، در هر یک از مدل‌های توسعه‌یافته به نحوی تلاش شده است تا بخشی از این پیچیدگی‌ها در نظر گرفته شده و پیش‌بینی دقیق‌تری از تاریخچه گرمایی قطعه درون و بیرون از قالب ارائه شود. در مقاله مروری که به تازگی توسط قریشی منتشر شده است، شبیه‌سازی عددی فرایند پخت به طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است [۱]. در این مقاله، دو رویکرد برای شبیه‌سازی عنوان شده است که عبارتند از: توسعه یک برنامه رایانه‌ای ویژه برای این منظور و استفاده از نرم‌افزارهای تجاری موجود. در پایان چنین نتیجه‌گیری شده است که استفاده از ترکیب این دو رویکرد یعنی استفاده از قابلیت‌های زیاد

نرم‌افزارهای تجاری اجزای محدود نظیر ABAQUS به همراه زیربرنامه نوشته شده توسط کاربر برای در بر گرفتن جنبه‌های ویژه فرایند، می‌تواند بهترین نتیجه را داشته باشد. بر همین اساس مولفان این مقاله در پژوهش پیشین خود از نرم‌افزار تجاری ABAQUS برای شبیه‌سازی یک قطعه لاستیکی استفاده کرده و برخی از پیچیدگی‌های موجود در فرایند پخت لاستیک درون قالب را مورد توجه قرار داده‌اند که در بررسی‌های پیشین رمزگشایی نشده بود [۱۴]. بهبودهایی که به واسطه در نظر گرفتن این پیچیدگی‌ها ایجاد شد، عبارتند از:

- ۱- معرفی مدلی جدید برای سینتیک پخت لاستیک،
- ۲- توسعه زیربرنامه‌ای با نام UMATHHT برای در نظر گرفتن وابستگی ضرایب معادله انتقال گرما به دما و مقدار پخت و نیز انجام محاسبات سینتیکی،
- ۳- در نظر گرفتن رسانش تماسی در محل تماس قطعه و قالب برای افزایش دقت مدل،
- ۴- در نظر گرفتن وابستگی ضریب رسانندگی گرمایی به مقدار پخت و
- ۵- مقایسه مقدار پخت اندازه‌گیری شده از داده‌های ریومتری در حالت ناهم‌دما با نتایج حاصل از شبیه‌سازی فرایند پخت درون قطعه. در پژوهش گذشته، فرایند پخت به شکل دوبعدی و در مختصات کارتزین شبیه‌سازی شده بود. در این پژوهش، تمام بهبودهای انجام شده پیشین مد نظر قرار گرفت و نوآوری ویژه این کار در مطالعه روش ابداع شده پیشین برای یک قطعه کامپوزیتی لاستیک - فلز و توسعه آن برای ساختارهای با تقارن محوری است که طی آن معادلات انتقال گرما در مختصات استوانه‌ای و با در نظر گرفتن تقارن محوری حل شده است. در ادامه این مقاله، ابتدا معادلات حاکم شامل معادله انتقال گرما و سینتیک پخت ارائه شده و سپس زیربرنامه اختصاصی توسعه داده شده در این کار بررسی شده است.

## معادلات استفاده شده

## معادله انتقال گرما

معادله انتقال گرمای گذرا با زمان در حالت دوبعدی و در مختصات استوانه‌ای (r,z) یا متقارن محوری عبارت است از:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q} \quad (1)$$

که در این معادله  $T$ ،  $t$ ،  $\rho$ ،  $C_p$ ،  $k$  و  $\dot{Q}$  به ترتیب دما، زمان، چگالی، ظرفیت گرمایی ویژه، ضریب رسانندگی گرمایی و سرعت تولید گرمای ناشی از واکنش پخت بر واحد حجم است. با توجه به این که حین فرایند

سال‌های اخیر مطالعه شود. Marotta و Fletcher ضریب رسانندگی گرمایی تماسی را برای سطح تماس محدوده گسترده‌ای از پلیمرهای موجود و فلزات اندازه‌گیری کرده‌اند [۱۵]. مقادیر عددی این ضریب بین پلیمرها و فلزات در محدوده  $0.125-0.25 \times 10^5 \text{ W/m}^2\text{K}$  قرار دارد. معادلات مربوط به نحوه محاسبه و در نظر گرفتن این پارامتر در مطالعه پیشین به تفصیل تشریح شده است [۱۴].

در قطعات لاستیکی ضخیم بخش قابل توجهی از پخت لاستیک در مرحله سرد شدن بیرون از قالب اتفاق می‌افتد. بنابراین، در نظر گرفتن این مرحله در شبیه‌سازی از اهمیت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است. در این مرحله خروج گرما از قطعه از راه دو ساز و کار انتقال گرمایی جابه‌جایی و تابشی اتفاق می‌افتد. در این پژوهش، هر دو این ساز و کارها در نظر گرفته شده است. نحوه محاسبه ضریب انتقال گرمایی جابه‌جایی با استفاده از اعداد بدون بعد ناسلت ( $Nu$ )، گرشوف ( $Gr$ ) و پراوندل ( $Pr$ ) به شکل تابعی از دما در مطالعه پیشین تشریح شده است [۱۴]. ضریب گرمایی جابه‌جایی به شکل تابعی از دما محاسبه و در مدل جای‌گذاری شد.

#### معادلات سینتیک پخت

تا کنون مدل‌های سینتیکی بسیاری برای پیش‌بینی رفتار پخت پیشنهاد شده است. این مدل‌ها بر اساس سینتیک واکنش توسعه یافته یا معادلات ریاضی هستند که قابلیت برازش منحنی پخت را دارند و از آنها با نام مدل‌های تجربی یاد می‌شود. مدل‌هایی که بر پایه سینتیک واکنش پیشنهاد شده‌اند، اغلب دارای معادلات پیچیده‌ای بوده و تنها رفتار نوع خاصی از سامانه‌های پخت به کمک آنها پیش‌بینی می‌شود [۱۶]. بنابراین، استفاده از آنها شبیه‌سازی فرایند را پیچیده می‌کند. مدل‌های تجربی به طور عمده پیش‌بینی بهتری از رفتار پخت در حالت‌های مختلف ارائه داده و شکل ساده‌تری نیز دارند. از این رو، استفاده از آنها در شبیه‌سازی مرسوم است. در پژوهش پیشین نشان داده شد، مدل کمال - سرور که یکی از معروف‌ترین مدل‌های تجربی در پیش‌بینی رفتار پخت است، قابلیت پیش‌بینی دقیق رفتار ابتدایی واکنش و نیز واکنش پخت در حالت ناهم‌دما نیست [۱۴]. با توجه به کاستی‌های موجود در مدل کمال - سرور، شکل بهبود یافته‌ای از آن توسعه یافته و در این مطالعه نیز استفاده شد:

$$\alpha = \frac{\alpha_0 - b}{1 + \left(\frac{t - t_i}{k}\right)^n} + b \quad (6)$$

که در این معادله  $t_i$ ،  $t$ ،  $k$  و  $n$  به ترتیب زمان، زمان القا، ثابت سرعت

پخت در درون قالب به دلیل فشار زیاد امکان تغییر حجم چندانی وجود ندارد، از تغییرات دمایی چگالی صرف نظر می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژه افزون بر تابعیت دمایی به مقدار پخت نیز وابسته است. در مدل‌سازی حاضر، جدول‌هایی از مقادیر ظرفیت گرمایی ویژه بر حسب دما در دو حالت پخت نشده و کاملاً شبکه‌ای شده استفاده شده که به طور مستقیم از آزمون DSC به دست آمده‌اند. برای در نظر گرفتن وابستگی این کمیت به مقدار پخت از معادله (۲) استفاده شده است:

$$C_p(T, \alpha) = (1 - \alpha)C_{p,u}(T) + \alpha C_{p,c}(T) \quad (2)$$

که در این معادله  $C_{p,c}$  و  $C_{p,u}$ ،  $\alpha$  به ترتیب مقدار شبکه‌ای شدن، ظرفیت گرمایی ویژه در حالت پخت نشده و کاملاً شبکه‌ای شده است.  $\dot{Q}$  به سرعت واکنش وابسته است و با توجه به تعریف درجه پیش‌رفت واکنش که در معادله (۳) عنوان شده است، سرعت تولید گرما را می‌توان از معادله (۴) به دست آورد:

$$\alpha = Q_t / Q_\infty \quad (3)$$

$$\dot{Q} = Q_\infty \left(\frac{d\alpha}{dt}\right) \quad (4)$$

برای در نظر گرفتن ضریب رسانندگی گرمایی جدول‌هایی از مقادیر این ضریب بر حسب دما در دو حالت پخت نشده و کاملاً شبکه‌ای شده مورد استفاده قرار گرفت. ضریب رسانندگی گرمایی در هر لحظه به شکل تابع خطی از مقدار پخت در نظر گرفته شده و از معادله (۵) محاسبه شده است:

$$k(T, \alpha) = (1 - \alpha)k_u(T) + \alpha k_c(T) \quad (5)$$

که در این معادله  $k_c$  و  $k_u$ ،  $\alpha$  به ترتیب مقدار شبکه‌ای شدن، ضریب رسانندگی گرمایی در حالت پخت نشده و ضریب رسانندگی گرمایی در حالت کاملاً شبکه‌ای شده است.

به دلیل غیرایده‌آل بودن، سطوح قطعه و قالب دارای زبری و حفره‌های کوچک هوا در محل تماس با هم هستند. این عامل پارامتر جدیدی را با عنوان ضریب رسانندگی گرمایی تماسی به مجموعه معادلات انتقال گرما می‌افزاید. پیش‌رفت‌های ایجاد شده در نرم‌افزارهای به کار رفته در شبیه‌سازی فرایندها و نیز نیاز به دقت بسیار زیاد در مدل‌سازی‌های استفاده شده در کاربردهای طراحی موجب شده است تا ضریب رسانندگی گرمایی تماسی بین فلزات و پلیمرها در

سرعت واکنش پخت در حالت ناهم‌دما از معادله (۱۱) پیروی می‌کند [۱۷]:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \left( \frac{\partial \alpha}{\partial t} \right)_T = k(T)f(\alpha) \quad (11)$$

با محاسبه مشتق نسبت به زمان از معادله (۶) و جای‌گذاری زمان به شکل تابعی از  $\alpha$  و  $k$  در آن، معادله (۱۲) برای محاسبه سرعت واکنش به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{n}{k} \frac{(b-\alpha)^2}{b-\alpha_0} \left( \frac{\alpha-\alpha_0}{b-\alpha} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (12)$$

مقدار شبکه‌ای شدن نیز با استفاده از معادله تجمعی (۱۳) محاسبه می‌شود:

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial t} \right)_{i-1} dt \quad (13)$$

#### زیربرنامه توسعه یافته

برای حل معادله انتقال گرما (معادله ۱) از روش اجزای محدود استفاده شد. بدین ترتیب که معادله انتقال گرمای گذرا با استفاده از روش استاندارد گالریکین برای بخش مکانی (t,z) همراه روش تفاضل محدود ضمنی برای معادلات زمان به کمک نرم‌افزار ABAQUS حل شد. شبیه‌سازی فرایند پخت دارای جنبه‌های ویژه‌ای است که نرم‌افزار به تنهایی قادر به در نظر گرفتن آنها نیست. وابستگی ضریب رسانندگی گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه به مقدار پخت، وابستگی گرمای ناشی از واکنش به سرعت واکنش، متفاوت بودن گرمای تولیدی در نقاط مختلف قطعه در یک زمان مشخص و نیاز به محاسبه مقدار شبکه‌ای شدن در هر لحظه، از جمله این ویژگی‌هاست. بنابراین، استفاده از یک زیربرنامه کمکی ضروری است تا نرم‌افزار را قادر به انجام چنین محاسباتی کند. HETVAL و UMATHHT دو زیربرنامه‌ای هستند که با در نظر گرفتن سینتیک پخت، قابلیت انجام چنین محاسباتی را برای نرم‌افزار ABAQUS فراهم می‌آورد. زیربرنامه HETVAL قبلاً برای این منظور مورد استفاده قرار گرفته است [۱۵]. این زیربرنامه محاسبات مربوط به سینتیک پخت و گرمای ناشی از آن را به خوبی انجام می‌دهد، ولی قادر به در نظر گرفتن وابستگی پارامترهای گرمایی به مقدار شبکه‌ای شدن نیست. این مسئله دقت مدل در پیش‌بینی نیم‌رخ دما را به مقدار زیادی تحت تاثیر قرار می‌دهد. در این پژوهش، زیربرنامه UMATHHT به کار گرفته شده است تا ضعف گفته شده برطرف شود. کد رایانه‌ای با استفاده از زبان برنامه‌نویسی فورترن و براساس ساختار زیربرنامه UMATHHT نوشته شد که نرم‌افزار ABAQUS را قادر به در نظر گرفتن تمام ویژگی‌های یاد شده می‌کند. شکل ۱ نحوه عملکرد و

واکنش و درجه واکنش هستند. در معادله (۶)،  $\alpha_0$  و  $b$  مقدار شبکه‌ای شدن در ابتدا و انتهای زمان پخت‌اند. در صنعت لاستیک اغلب زمانی را که در آن مقدار اتصالات عرضی به ۵ درصد مقدار کل پیش‌رفت واکنش برسد، به عنوان زمان القا در نظر گرفته می‌گیرند. این بدان معناست که در ابتدای شروع واکنش  $\alpha = \alpha_0 = 0.05$  ( $t-t_i=0$ ) است. از دیدگاه نظری و با توجه به مقدار نهایی پیش‌رفت واکنش، مقدار  $b$  باید برابر ۱ در نظر گرفته شود. ولی اگر اجازه داده شود، مقدار این پارامتر هنگام برازش داده‌های هم‌دمای ریومتری روی معادله معین شود، اگر چه به مقدار بسیار ناچیزی از ۱ انحراف خواهد داشت، ولی منجر به برازش بسیار دقیق‌تری از داده‌های ریومتری روی معادله می‌شود.

از آن جا که فرایند شبکه‌ای شدن درون قالب به شدت ناهم‌دماست، مدل باید قابلیت پیش‌بینی رفتار پخت را در حالت ناهم‌دما نیز داشته باشد. دست‌یابی به این مهم با تعیین مقادیر زمان القا، ثابت سرعت و درجه واکنش به شکل تابعی از دما امکان‌پذیر است. وابستگی دمایی زمان القا در حالت هم‌دما را می‌توان با استفاده از معادله (۷) به شکل نمایی تعریف کرد:

$$t_i = t_0 \exp(T_0 / T) \quad (7)$$

که در این معادله  $t_0$  و  $T_0$  ثابت‌های مختص آمیزه لاستیکی‌اند. زمان القا در حالت ناهم‌دما با استفاده از پارامتر بدون بعد محاسبه می‌شود:

$$\bar{t} = \int_0^t \frac{dt}{t_i(T)} \quad (8)$$

$t_i(T)$  وابستگی دمایی زمان القای داده‌های هم‌دمای ریومتری است که با استفاده از معادله (۷) بیان می‌شود. هنگامی که مقدار پارامتر بدون بعد در معادله (۸) برابر ۱ شود، حد بالایی انتگرال به عنوان زمان القا در نظر گرفته می‌شود. در معادله (۶) ثابت سرعت واکنش دارای رابطه‌ای آرنیوسی با دماست (معادله ۹):

$$k = k_0 \exp(-E / RT) \quad (9)$$

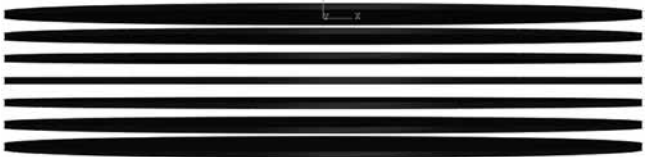
ثابت سرعت در معادله کمال - سرور معمولاً مستقل از دما و عددی ثابت در نظر گرفته می‌شود. اندازه‌گیری‌های تجربی انجام شده نشان می‌دهد،  $n$  با افزایش دما به طور خطی افزایش می‌یابد. برای در نظر گرفتن این تغییرات در این پژوهش از معادله (۱۰) استفاده شده است:

$$n = A_n T - B_n \quad (10)$$

$A_n$  و  $B_n$  در معادله (۱۰) ثابت‌های آمیزه لاستیکی‌اند. Chan و همکاران با استفاده از روش زمان کاهش یافته (زمان بدون بعد) اثبات کردند که



(الف)



(ب)

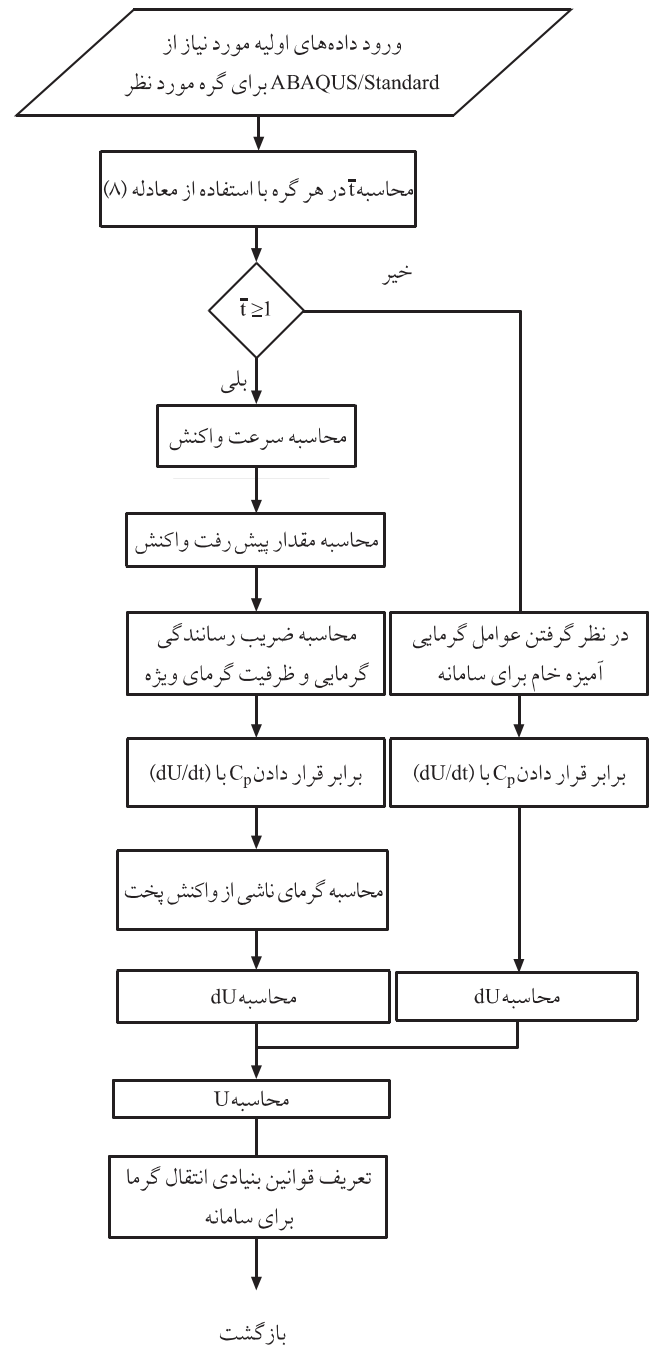


(ج)



(د)

شکل ۲- نمای سه بعدی قطعه شبیه‌سازی شده: (الف) کل قطعه، (ب) لایه‌های فلزی درون قطعه که به وسیله لاستیک احاطه شده‌اند، (ج) سیم‌گذاری بین لایه‌ها و (د) پایان سیم‌گذاری.

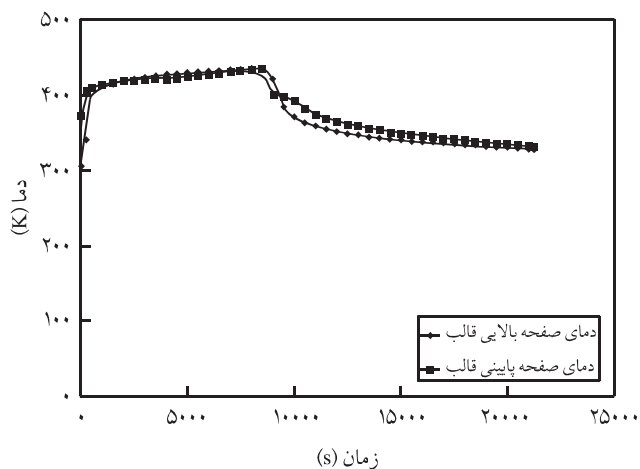


شکل ۱- نحوه عملکرد زیربرنامه توسعه یافته (U انرژی درونی سامانه بر واحد وزن است).

ارتباط این زیربرنامه را با برنامه اصلی نشان می‌دهد.

### مشخصات مدل

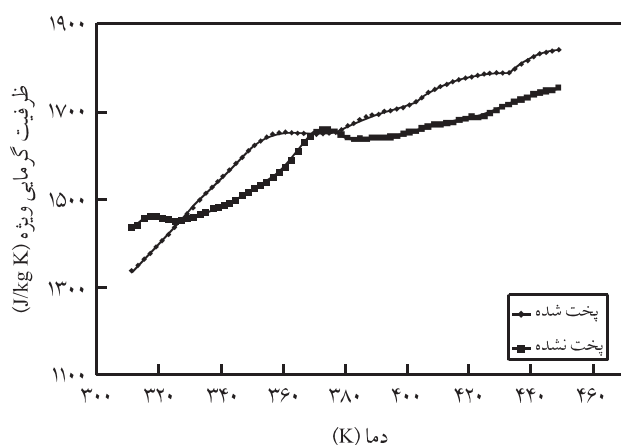
در این پژوهش، از نرم افزار ABAQUS برای حل معادلات انتقال گرما



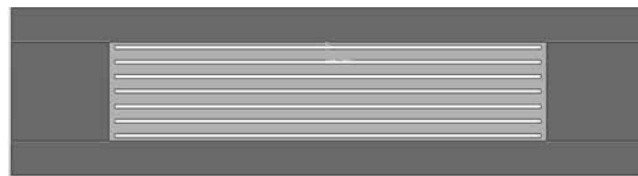
شکل ۵- نیم‌رخ دمای صفحات بالا و پایین قالب.

انتقال گرمای جا به جایی از صفحات جانبی قالب نیز به عنوان شرط مرزی نوع سوم برای سامانه در نظر گرفته شد. در مرحله دوم، تغییرات دمای قطعه بیرون از قالب و در مرحله سرد شدن شبیه‌سازی شد. اجزای مربوط به قالب در این مرحله حذف شد و انتقال گرمای جابه‌جایی و تابشی از سطوح جانبی و بالایی و شار گرما به سطح تماس زیرین به عنوان شرایط مرزی سامانه جای‌گذاری شدند. ضریب رسانندگی جابه‌جایی به شکل تابعی از دما بر اساس روش اشاره شده در پژوهش پیشین [۱۴] محاسبه شد.

در ابتدا، زمان لازم برای پخت قطعه برابر ۱۹۷۰۰ s در نظر گرفته شد که ۹۰۰۰ s آن مربوط به پخت درون قالب و ۱۰۷۰۰ s آن مربوط به خنک شدن بیرون از قالب بود. تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از



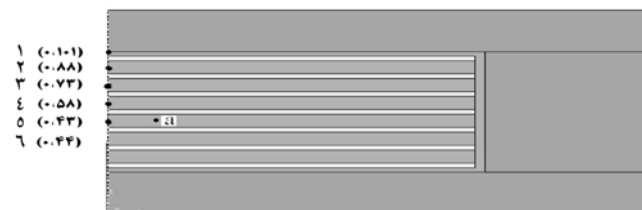
شکل ۶- نحوه تغییرات ظرفیت گرمایی ویژه آمیزه با دما در دو حالت خام و پخت شده.



شکل ۳- نمای دوبعدی قطعه و قالب متشکل از لاستیک، صفحات فلزی درون قطعه و قالب.

درون قطعه استفاده شد. برای در نظر گرفتن وابستگی پارامترهای گرمایی به مقدار پخت، در نظر گرفتن گرمای ناشی از واکنش و نیز انجام محاسبات سینتیکی، زیربرنامه UMATHHT به نرم‌افزار متصل شد. الگوریتم مزبور برای شبیه‌سازی فرایند پخت درون یک قطعه لاستیکی متشکل از هفت لایه لاستیک و فلز استفاده شد که روی هم قرار گرفته بودند، (شکل ۲). یادآور می‌شود، کاربرد این قطعه به عنوان لرزه‌گیر ساختمان است. چنان که ملاحظه می‌شود، جسم تقارن محوری (در مختصات استوانه‌ای) دارد. بر همین اساس مدل‌سازی حاضر در حالت دوبعدی و در مختصات استوانه‌ای انجام شد. شکل ۳ نمای دوبعدی مجموعه قطعه و قالب را نشان می‌دهد. مدل رسم شده و مورد استفاده در شبیه‌سازی در شکل ۴ نشان داده شده است.

ناحیه مورد بررسی به ۷۱۹۸ اجزای متقارن محوری چهارگانه‌ای با مجموع ۹۰۲۱ گره تقسیم شد. این نوع و تعداد اجزا که پس از تحلیل‌های اولیه معین شد، حد بهینه‌ای است که دست‌یابی به جوابی پایدار، هم‌گرا و دقیق را در زمانی کوتاه ممکن می‌سازد. تمام سطوح تماس قطعه با قالب و فلز به حالت تماس گرمایی در نظر گرفته شد تا شبیه‌سازی به شرایط واقعی نزدیک‌تر شود. شبیه‌سازی در دو مرحله انجام شد: مرحله اول گرمادهی و پخت درون قالب و مرحله دوم خنک‌کاری و پس‌پخت بیرون از قالب. گرمای مورد نیاز برای گرم کردن قطعه در مرحله اول از راه صفحات بالا و پایین قالب تأمین می‌شد که با استفاده از گرم‌کن‌های موجود در پرس گرم می‌شدند. دمای این صفحات با استفاده از ترموکوپل ثبت و به عنوان شرط مرزی نوع اول در سامانه جای‌گذاری شد (شکل ۵).



شکل ۴- نمای دوبعدی استفاده شده در شبیه‌سازی (مختصات نقاط به میلی‌متر است).

جدول ۱ - مقادیر پارامترهای مورد نیاز برای حل معادله انتقال گرما.

نام قطعه	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	ظرفیت گرمایی ویژه (J/kg K)	ضریب رسانندگی گرمایی (Wm/K)
لاستیک	۱۰۹۸	شکل ۶	شکل ۸
قالب	۷۸۳۳	۵۴	۴۶۵
فلز جانشانی شده	۷۸۰۰	۵۰	۴۹۰

برای تعیین ضریب رسانندگی گرمایی از دو صفحه با ابعاد ۲۰×۲۰ cm و ضخامت ۱ cm استفاده شد که روی هم قرار داده شده بودند. برای جلوگیری از تغییرات ضخامت صفحات در اثر فشار از یک قاب فلزی استفاده شد (شکل ۷). این سامانه زیر پرس داغ قرار گرفت. دمای بین، بالا و پایین صفحات به وسیله ترموکوپل ثبت شد. این سامانه به طور دقیق به همین شکل در نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی شد. دمای صفحات بالا و پایین به عنوان شرط مرزی مدل اعمال و دمای بین آنها معین شد. با ایجاد تغییرات در مقادیر ضریب رسانندگی گرمایی، مقادیری از این ضریب که در آن نیم‌رخ دمای محاسبه شده با داده‌های ترموکوپل بین صفحات بر هم منطبق بود، به عنوان ضریب رسانندگی گرمایی آمیزه در نظر گرفته شد. شکل ۸ نحوه تغییرات ضریب رسانندگی گرمایی را با دما نشان می‌دهد. خواص گرمایی اجزای سامانه شبیه‌سازی شده در جدول ۱ آورده شده است.

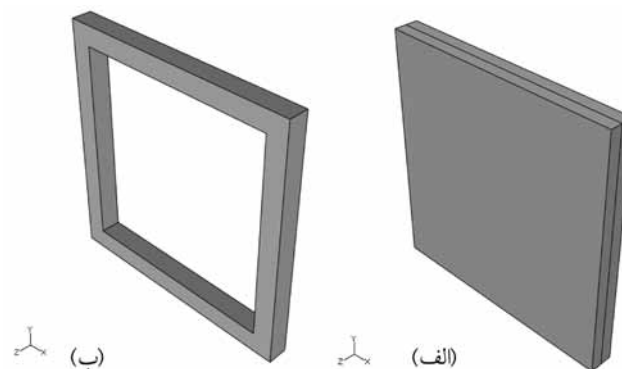
پارامترهای معادلات سینتیکی با استفاده از داده‌های ریومتری هم دمای یافته آن برای آمیزه استفاده شده به وسیله دستگاه RPA معین شد. در ابتدا این

جدول ۲ - مقادیر پارامترهای سینتیکی مدل‌های کمال - سرور و شکل بهبود یافته آن برای آمیزه استفاده شده در قطعه شبیه‌سازی شده (بخش اول).

نام مدل	K <sub>0</sub>	E	α <sub>0</sub>	b	Q <sub>∞</sub> (J/kg)
کمال - سرور	۱×۱۰ <sup>۱۷</sup>	۲۲۶۴	---	---	۲۹۶۸
بهبود یافته	۲×۱۰ <sup>-۹</sup>	۱۰۴۶۳	۰/۰۵	۷/۰۰۹	۲۹۶۸

جدول ۳ - مقادیر پارامترهای سینتیکی مدل‌های کمال - سرور و شکل بهبود یافته آن برای آمیزه استفاده شده در قطعه شبیه‌سازی شده (بخش دوم).

نام مدل	t <sub>0</sub> (s)	T <sub>0</sub> (K)	A <sub>n</sub>	B <sub>n</sub>
کمال - سرور	۷×۱۰ <sup>-۱۲</sup>	۱۳۲۶۶	۰/۰۰۳۳	۱۷۵۴
بهبود یافته	۷×۱۰ <sup>-۱۲</sup>	۱۳۲۶۶	۰/۰۵۸	۲۱۷۹

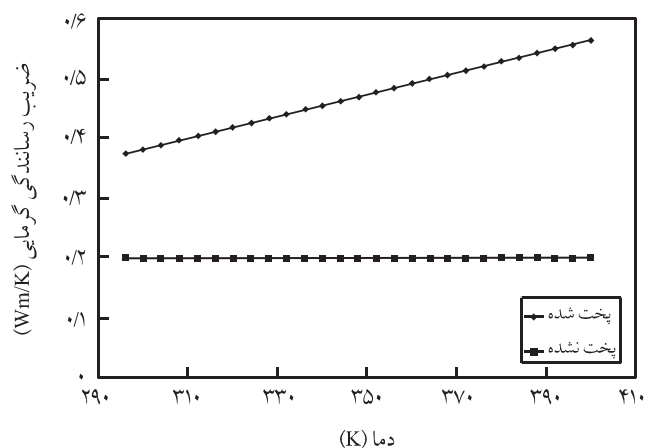


شکل ۷ - نمای سه بعدی مدل استفاده شده برای تعیین ضریب رسانندگی گرمایی: (الف) دو صفحه لاستیکی قرار گرفته روی هم و (ب) قاب فلزی استفاده شده برای عدم تغییر در ضخامت صفحات.

شبیه‌سازی نشان داد، زمان در نظر گرفته شده برای پخت بسیار زیاد است. بر این اساس زمان کلی تحلیل به ۱۲۲۰۰ s کاهش یافت که ۷۵۰۰ s آن مربوط به پخت درون قالب و ۴۷۰۰ s آن مربوط به خنک شدن بیرون از قالب است.

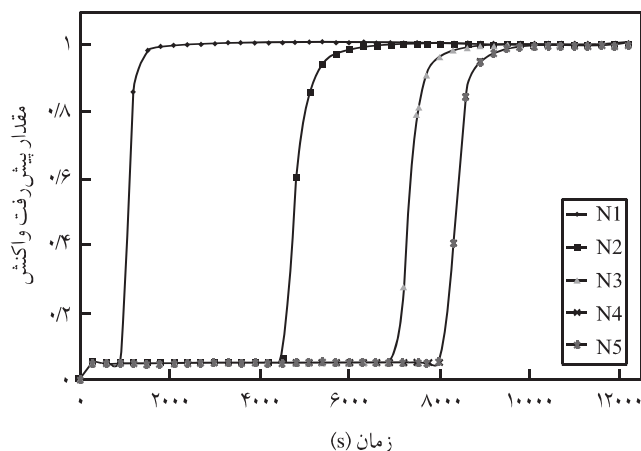
### تعیین پارامترهای گرمایی و سینتیکی

برای حل معادله انتقال گرما خواص گرمایی آمیزه لاستیکی شامل چگالی، ضریب رسانندگی گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه معین شدند. چگالی با استفاده از ستون گرادیان چگالی معین شد. برای تعیین گرمای کل حاصل از پخت و نیز ظرفیت گرمایی ویژه آمیزه‌های بدون سامانه پخت و کاملاً پخت شده از دستگاه DSC ساخت PL استفاده شد. نحوه تغییرات ظرفیت گرمایی ویژه آمیزه با دما در شکل ۶ آورده شده است.



شکل ۸ - نحوه تغییرات ضریب رسانندگی گرمایی آمیزه با دما.



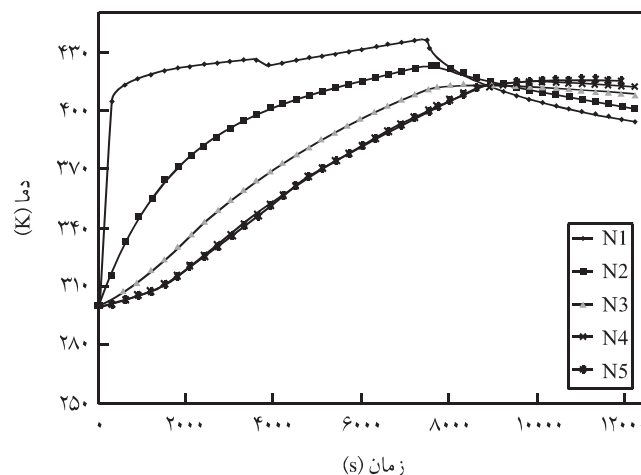


شکل ۱۱ - نحوه تغییرات مقدار پیش‌رفت واکنش با زمان برای پنج نقطه از قطعه نشان داده شده در شکل ۴.

استفاده شده در این پژوهش، در مطالعه پیشین بررسی و نشان داده شد که این مدل از دقت بسیار زیادی در پیش‌بینی زمان پخت برخوردار است [۱۴]. اگر تاریخچه گرمایی به درستی پیش‌بینی شود، می‌توان از صحت مقدار پیش‌رفت واکنش محاسبه شده به وسیله مدل اطمینان حاصل کرد. برای بررسی مقدار دقت مدل در پیش‌بینی تاریخچه گرمایی، تغییرات دمای یکی از نقاط میانی قطعه (نقطه a در شکل ۴) با زمان، حین فرایند پخت درون قالب و نیز پس از خارج کردن قطعه از قالب، به وسیله ترموکوپل ثبت شد. شکل ۱۰ مقایسه بین داده‌های اندازه‌گیری شده به وسیله ترموکوپل با نتایج حاصل از مدل را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مدل قادر است، به خوبی نحوه تغییرات دما با زمان را درون قطعه پیش‌بینی کند. نحوه تغییرات مقدار پیش‌رفت واکنش با زمان برای این چهار نقطه در شکل ۱۱ آورده شده است. چنان که ملاحظه می‌شود، بخش قابل توجهی از واکنش پخت که مربوط به بخش‌های میانی قطعه است، در مرحله خنک شدن و بیرون از قالب اتفاق می‌افتد.

### نتیجه‌گیری

در این کار پژوهشی نشان داده شد، تلفیق حل معادله انتقال گرما به وسیله نرم‌افزار ABAQUS به همراه یک زیربرنامه اختصاصی نوشته شده برای انجام محاسبات سینتیک پخت می‌تواند راه حل عملی و کاربردی برای شبیه‌سازی فرایند پخت قطعات لاستیکی ضخیم و پیچیده با تقارن محوری باشد. مقایسه بین داده‌های تجربی با مقادیر

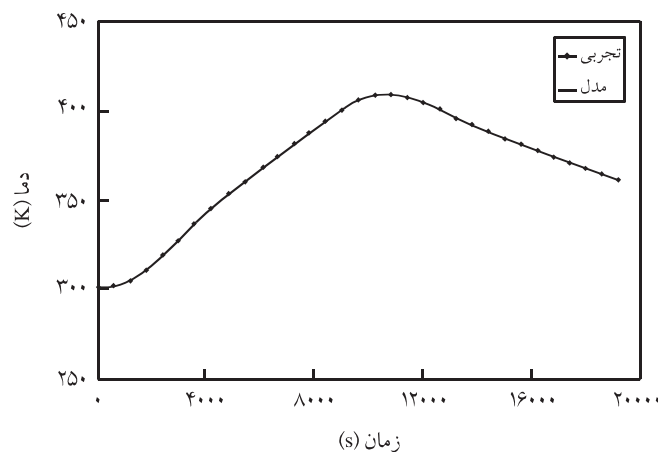


شکل ۹ - نیم‌رخ دمای پنج نقطه از قطعه نشان داده شده در شکل ۴.

داده‌ها به مقادیر مقدار پخت (SOC) تبدیل و سپس معادله سینتیکی استفاده شده با استفاده از نرم‌افزار Origin 6.1 روی آن برازش شد. مقادیر پارامترهای سینتیکی مورد نیاز در جدول‌های ۲ و ۳ آورده شده است.

### نتایج و بحث

شکل ۹ نحوه تغییرات نیم‌رخ دمای درون قطعه حین پخت درون قالب و نیز پس پخت بیرون از قالب را برای پنج نقطه از قطعه نشان می‌دهد که در شکل ۴ با شماره ۱ تا ۵ نشان داده شده‌اند. مطالعه دقت مدل سینتیکی



شکل ۱۰ - مقایسه نیم‌رخ دمای محاسبه شده به وسیله مدل با داده‌های اندازه‌گیری شده با ترموکوپل.

ضریب رسانندگی گرمایی آمیزه خام	$k_u$
ضریب رسانندگی گرمایی آمیزه	$k$
ثابت سرعت واکنش	$K$
ثابت تابعیت دمایی ثابت سرعت واکنش	$K_0$
درجه واکنش	$n$
سرعت تولید گرما	$\dot{Q}$
گرمای کلی ناشی از واکنش پخت	$Q_\infty$
گرمای تولید شده تا زمان $t$	$Q_t$
محور مختصات	$r$
ثابت جهانی گازها	$R$
دما	$T$
زمان	$t$
ثابت تابعیت دمایی زمان القا	$t_0$
ثابت تابعیت دمایی زمان القا	$T_0$
زمان القا	$t_i$
محور مختصات	$z$
مقدار پیش رفت واکنش	$\alpha$
مقدار پیش رفت واکنش در انتهای زمان القا	$\alpha_0$
مقدار پیش رفت واکنش در هر گام زمانی	$\alpha_i$
چگالی	$\rho$

محاسباتی نشان می‌دهد، مدل از دقت بسیار زیادی در پیش بینی تاریخچه گرمایی برخوردار است. پیش بینی دقیق تاریخچه گرمایی و به تبع آن پیش بینی دقیق مقدار پخت بیان گر این واقعیت است که اعمال بهبودهای در نظر گرفته شده شامل استفاده از معادلات سینتیکی دقیق تر و نیز در گرفتن شرایط واقعی هم چون مقاومت تماسی بین سطوح فلزی و لاستیکی اثر مستقیمی بر افزایش دقت محاسبات دارد. در نظر گرفتن ضریب رسانندگی تماسی موجب شد تا دقت مدل در پیش بینی تاریخچه گرمایی به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود یابد. با اصلاح مدل سینتیکی امکان پیش بینی دقیق تغییرات مقادیر پخت با زمان فراهم شد.

## اختصارات

$A_n$	ثابت تابعیت دمایی درجه واکنش
$B_n$	ثابت تابعیت دمایی درجه واکنش
$b$	مقدار نهایی پیش رفت واکنش
$C_{p,c}$	ظرفیت گرمایی آمیزه کاملاً پخت شده
$C_{p,u}$	ظرفیت گرمایی آمیزه خام
$C_p$	ظرفیت گرمایی آمیزه
$E$	انرژی فعال سازی
$k_c$	ضریب رسانندگی گرمایی آمیزه کاملاً پخت شده

## مراجع

- Ghoreishy M.H.R., *Numerical Simulation of the Curing Process of Rubber Articles in: Computational Materials*, Oster W.U. (Ed.), Nova Science, New York, 445-478, 2009.
- Ambelang J.C. and Prentice G.A., Digital Method of Calculating the Flow of Heat Through a Tire During Vulcanization, *Rubber Chem. Technol.*, **45**, 1195-1201, 1972.
- Prentice G.A. and Williams M.C., Numerical Evaluation of the State of Cure in a Vulcanizing Rubber Article, *Rubber Chem. Technol.*, **53**, 1023-1031, 1980.
- Schlanger H.P., One-Dimensional Numerical Model of Heat Transfer in the Process of Tire Vulcanization, *Rubber Chem. Technol.*, **56**, 304-321, 1983.
- Toth W.J. and Chang J.P., Finite Element Evaluation of The State of Cure in a Tire, *Tire Sci. Technol.*, **19**, 178-212, 1991.
- Marzocca A.J., Finite Element Analysis of Cure in a Rubber Cylinder, *Polymer*, **32**, 1456-1460, 1991.
- Steen J., Aben W.J., and Wapenaar K.E.D., Optimization of the Vulcanization Process of Rubber Products, *Polym. Eng. Sci.*, **33**, 183-189, 1993.
- Dinges U. and Westenberger H., Computer-Aided Optimization of the Vulcanization Process, *J. Elast. Plast.*, **26**, 212-236, 1994.
- Han I.S. and Chung C.B., Dynamic Simulation of the Tire Curing Process, *Tire Sci. Technol.*, **24**, 50-76, 1996.
- Tong J. and Yan X., Finite Element Analysis of Tire Curing Process, *J. Reinf. Plast. Compos.*, **22**, 983-1002, 2003.
- Yan X., A Numerical Modeling of Dynamic Curing Process of Tire by Finite Element, *Polym. J.*, **39**, 1001-1010, 2007.
- Ghoreishy M.H.R. and Naderi G., Three-Dimensional Finite Element Modeling of Rubber Curing Process, *J. Elast. Plast.*, **37**, 37-53, 2005.
- Ghoreishy M.H.R. and Naderi G., Three Dimensional Finite Element Modelling of Truck Tyre Curing Process in Mould,

- Iran. Polym. J.*, **14**, 735-743, 2005.
14. Rafei M., Ghoreishy M.H.R., and Naderi G., Development of an Advanced Computer Simulation Technique for The Modeling of Rubber Curing Process, *Compos. Mater. Sci.*, **47**, 539-547, 2009.
15. Marotta E.E. and Fletcher L.S., Conductance of Selected Polymeric Materials, *J. Thermophys. Heat Tran.*, **10**, 334-342, 1996.
16. Ghosh P., Katare S., Patkar P., and Caruthers J.M., Sulfur Vulcanization of Natural Rubber for Benzothiazole Accelerated, *Rubber Chem. Technol.*, **76**, 592-693, 2003.
17. Chan T.W., Shyu G.D., and Isayev A.I., Reduced Time Approach to Curing Kinetics, Part I: Dynamic Rate and Master Curve from Isothermal Data, *Rubber Chem. Technol.*, **66**, 849-864, 1993.