

# شبیه سازی عددی جریان آمیزه آج تایر در حدیده موین و حدیده اکسترودر آزمایشگاهی

## Numerical Simulation of the Flow of a Tire Tread Compound Through Capillary Die and Laboratory Extruder Die

محمد کرابی\*، غلامرضا بخشنده، میرحمیدرضا قریشی

تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه لاستیک، صندوق پستی ۱۴۹۶۵/۱۱۵

دریافت: ۸۲/۹/۳، پذیرش: ۸۳/۳/۲۷

### چکیده

یکی از عوامل بسیار مؤثر بر کیفیت تایر ساخته شده مطالعه فرایند شکل دهی آمیزه آج تایر است که در این فرایند اکسترودر از جایگاه ویژه ای برخوردار است. در این پژوهش، ابتدا با در نظر گرفتن تابعیت رفتار جریان از رفتار ویسکوالاستیک ماکسول تعمیم یافته پارامترهای ویسکوالاستیک در مدل ماکسول مانند زمان آسایش تنش ( $\lambda_k$ ) و شاخص گرانیروی ( $\eta_k$ ) محاسبه شد و در مرحله بعد با استفاده از نرم افزار Fastflo و بر اساس روش اجزای محدود مخلوط و نیز فن پناستی توزیع سرعت جریان در حدیده موین و حدیده اکسترودر آزمایشگاهی بدست آمد. جریان با تابعیت ویسکوالاستیک ماکسول و بطور همدم فرض شده است. نتایج نشان می دهد که داده های تجربی و محاسبه شده از راه مدل از انطباق بسیار خوبی برخوردارند. شکل های هندسی ساده مانند حدیده موین نتایج همخوانی بهتری دارند، اما برای شکل های پیچیده تر تفاوت بیشتر می شود. در این پژوهش تورم بعد از حدیده نیز با استفاده از معادله تانر پیش بینی شد.

### واژه های کلیدی

آمیزه آج تایر، پارامترهای رئولوژیکی، مدل ماکسول تعمیم یافته، روش اجزای محدود مخلوط، نرم افزار Fastflo

### مقدمه

ویسکوالاستیک نظیر زمان آسایش تنش،  $\lambda_k$ ، شاخص گرانیروی،  $\eta_k$ ، کار بسیار مشکلی است [۴]. به همین علت فرایند اکستروژن نقش بارزی داشته، کنترل شرایط اکسترودر اثر بسزایی بر کیفیت و کارایی محصول نهایی خواهد داشت. رفتار بشدت ویسکوالاستیک جریان آمیزه

فرایند پذیری آمیزه های لاستیکی در تمام مراحل اختلاط، اکستروژن، قالبگیری و پخت از مسائل بسیار مهم در صنعت لاستیک و بویژه تایر بشمار می رود [۱-۳] و به دلیل تابعیت رفتار جریان آمیزه های لاستیکی از رفتار ویسکوالاستیک پیچیده، اندازه گیری و محاسبه پارامترهای

### Key Words

tire tread compound, rheological parameters, generalized maxwell model, mixed finite elements method, Fastflo software

بنا به تعریف معادل  $\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla$  است.

### معادله اساسی

با توجه به پیچیدگی در رفتار جریان های ویسکوالاستیک، مدل های بسیار متنوعی در توجیه این گونه رفتار ارائه شده است. تمام این مدل ها که با معادله ای بنام معادله اساسی معرفی می شوند به دنبال ارتباطی منطقی بین تنش و سرعت برشی اند تا بتواند رفتار جریان را هرچه نزدیکتر به شرایط واقعی توجیه و معین کند. چون روش حل این گونه معادلات در مسیر جریان در شکل های هندسی پیچیده کار دشواری است، معمولاً شکل های هندسی ساده را برای شبهه سازی در نظر می گیرند. بنابراین علاوه بر معادله جرم و اندازه حرکت معادله دیگری که در حل مسأله لازم است معادله اساسی است [۱۶-۱۲].

در حالت کلی شاخص های گرانی در مدل ویسکوالاستیک ماکسول بعد از ساده سازی به شکل زیر نشان داده می شود [۱۹-۱۷]:

$$\eta'(\omega) = \sum_k \frac{\eta_k}{1 + (\lambda_k \omega)^2} \quad (3)$$

$$\frac{\eta''(\omega)}{\omega} = \sum_k \frac{\eta_k \lambda_k}{1 + (\lambda_k \omega)^2} \quad (4)$$

بنابراین می توان در دامنه های فرکانسی و دمایی مختلف  $\eta_k$ ،  $\lambda_k$  و در نهایت گرانی را محاسبه کرد [۲۰، ۴].

### معادله تانر (Tanner)

در این معادله تورم به شکل تابعی از تنش برشی تصحیح شده روی دیواره و نیز تنش نرمال تعریف می شود [۲۱] که بعد از خلاصه نویسی به شکل ساده شده زیر نوشته می شود:

$$\frac{d}{D} = \left[ \frac{A^2}{\xi} \frac{(\xi - b)}{(\xi + b)} \tau^{\frac{2b-2}{\omega c}} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} + 0.12 \quad (5)$$

که در این معادله  $D$  قطر حدیده موین و  $d$  قطر آمیزه خروجی از آن است. همان گونه که از معادله مشخص است، مقدار تورم با تنش رابطه ای نمایی دارد که ضرایب آن قابل محاسبه اند. ضرایب  $A$  و  $b$  از درون یابی غیرخطی در آزمون حدیده موین محاسبه و همین ضرایب در پیش بینی تورم بعد از حدیده برای اکسترودر آزمایشگاهی بکار برده شد. همان گونه که در شکل ۱ آمده ضرایب این معادله در سه دمای مختلف نتایج یکسانی را نشان می دهد.

لاستیکی و معمولاً پیچیده بودن شکل هندسی مسیر جریان موجب ناممکن شدن بررسی تجربی این گونه رفتار می شود. از طرفی، شبهه سازی این نوع رفتار حتی در میدان های محدودی از جریان، کار دشواری است [۵]. هنوز روابط نظری که قابلیت پیش بینی واقعی این گونه رفتار را در مسیر جریان داشته باشد بدست نیامده است. این مسأله در کیفیت محصولات لاستیکی اکسترودر شده نقش مهمی دارد، چون تغییر در هر پارامتر رئولوژیکی که احتمال دارد به دلایلی مانند تغییر زمان اختلاط، تغییر دمای فرایند، جایگزینی برخی افزودنی ها بوجود آید، کل پدیده های فرایندی را تحت تأثیر قرار می دهد [۶، ۷]. بنابراین، امروزه کارشناسان خط اکسترودر تولید آج تابر، مسیر حدس و خطا را تا به کنترل در آوردن کامل فرایند طی می کنند. نتایج پژوهش ها نشان می دهد که برای پیش بینی رفتار جریان این گونه مذاب ها مناسبترین و بهترین راه اندازه گیری پارامترهای رئولوژیکی، انتخاب مدل ویسکوالاستیک مناسب و حل آن به روش اجزای محدود در شرایط مرزی معین است [۸-۱۲].

در این پژوهش، ابتدا پارامترهای ویسکوالاستیک آمیزه لاستیکی محاسبه و در ادامه کار از این مقادیر در بخش شبهه سازی جریان به عنوان شرایط مرزی استفاده شد [۱]. همچنین، برای شبهه سازی جریان نرم افزار Fastflo بکار رفت و در ادامه نیز قابلیت آن در پیش بینی بردارهای هم اندازه سرعت و فشار در شکل های هندسی ساده مثل حدیده موین و حدیده اکسترودر نشان داده شد و میزان دقت و صحت نتایج حاصل از نرم افزار با مقادیر اندازه گیری شده مقایسه گردید.

### معادلات حاکم

#### معادله جریان

برای سیال معادلاتی که در حالت سه بعدی و در دستگاه مختصات کارتزین  $(z, x, y)$  بر جریان حاکم اند به سه معادله جرم، اندازه حرکت و انرژی تقسیم می شوند که در حالت همدمای معادله جرم و اندازه حرکت در جریان اهمیت دارند. این معادلات عبارتند از [۱۱]:

- معادله جرم یا پیوستگی (با فرض تراکم ناپذیری سیال):

$$\nabla \cdot \bar{V} = 0 \quad (1)$$

- معادله اندازه حرکت:

$$\rho \frac{D\bar{V}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho g \quad (2)$$

که در این معادلات  $\bar{V}$  سرعت،  $P$  فشار،  $\bar{\tau}$  تنسور تنش،  $T$  دما،  $\bar{g}$  نیروی جاذبه بر واحد جرم سیال،  $\rho$  چگالی سیال و  $\frac{D}{Dt}$  مشتق زمانی است که

طرح از آن استفاده شده است، توابع وزنی در واقع همان توابع تقریب اند که با بیان ریاضی به شکل معادلات ۷ و ۸ نشان داده می‌شوند:

$$u_i(x, t) = \sum_{m=1}^M \psi_m(x) u_i^m(t) = \Psi^T u_i \quad (7)$$

$$P(x, t) = \sum_{l=1}^L \phi_l(x) P_l(t) = \Phi^T P \quad (8)$$

در این معادلات  $\Psi$  و  $\Phi$  بردارهای ستونی توابع درون‌یابی و  $u_i$  و  $P$  به ترتیب مقادیر برداری اجزای سرعت و فشار در هر گره و برای هر جزء است، بنابراین توابع وزنی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Q = \phi_l, \quad w = \psi_m \quad (9)$$

با قرار دادن این تعاریف در معادلات پیوستگی و اندازه حرکت می‌توان معادلات اجزای محدود را برای جزء  $i$ ام به شکل معادلات ۱۰ و ۱۱ نوشت:

$$-\left[ \int_{\Omega^e} \Phi \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_i} dx \right] u_i = 0 \quad (10)$$

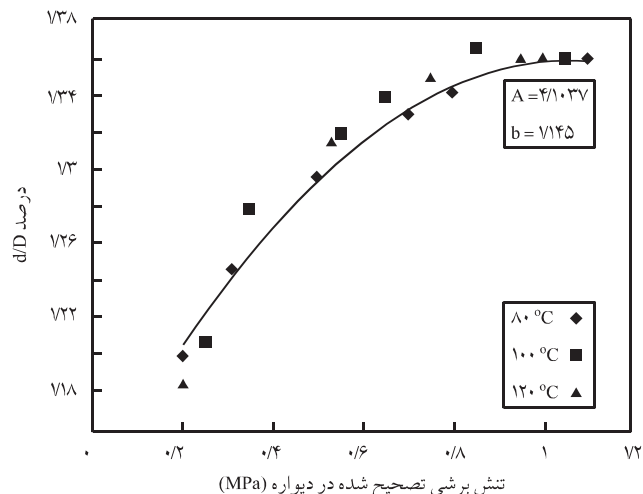
$$\left[ \int_{\Omega^e} \rho_0 \Psi \Psi^T dx \right] u_i + \left[ \int_{\Omega^e} \rho_0 \Psi (\Psi^T u_j) \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx \right] u_i + \left[ \int_{\Omega^e} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx \right] u_i + \left[ \int_{\Omega^e} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_i} dx \right] u_j - \left[ \int_{\Omega^e} \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \Phi^T dx \right] P = \left[ \int_{\Omega^e} \rho_0 \Psi f_i dx \right] + \left[ \int_{\Gamma_e} \tau_i \Psi ds \right] \quad (11)$$

اگر این معادلات به شکل ساده شده نوشته شوند معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$-Q^T u = 0 \quad (12)$$

$$M \dot{u} + C(u) u + K u - Q P = F \quad (13)$$

که در این معادلات  $\dot{u}$ ، نشان دهنده مشتق و  $T$  نشان دهنده حالت برداری یا ماتریسی متغیر است. از طرفی ساده‌ترین شکل معادله دیفرانسیلی ویسکوالاستیک معادله (upper convected Maxwell, UCM) است، بنابراین سه معادله پیوستگی، اندازه حرکت و پایه به شکل زیر در می‌آیند:



شکل ۱- ضرایب A و b در معادله تانر برای سه دمای مختلف.

### حل معادلات به روش اجزای محدود

حل معادلات جریان و اساسی با روش‌های تحلیلی کار دشواری است و می‌توان گفت در شرایطی که مسیر جریان از شکل هندسی پیچیده‌ای برخوردار باشد و معادله پایه نیز ویسکوالاستیک در نظر گرفته شود تقریباً ناممکن است. بنابراین، در حل معادلات حاکم بر جریان و پایه ویسکوالاستیک چه به شکل دیفرانسیلی و چه به شکل انتگرالی، استفاده از روش اجزای محدود اجتناب‌ناپذیر است. غالباً روش حل این دسته از معادلات بر پایه روش اجزای محدود به نام روش اجزای محدود توأم پایه ریزی می‌شوند که از انعطاف‌پذیری نسبتاً بالایی برخوردارند. برای حل به روش اجزای محدود، ابتدا جملات معادله به شکل ضعیف شده خود تعریف می‌شوند که در این حالت معادله به درجه پایینی انتقال می‌یابد. اگر در معادله پیوستگی و معادله اندازه حرکت تمام جملات در طرف چپ قرار داده شوند، طرف راست معادله برابر صفر می‌شود. این معادلات به ترتیب معادل  $f_1$  و  $f_2$  در نظر گرفته می‌شوند و در واقع جملات انتگرال وزنی برای المان مشخصی با نماد  $\Omega^e$  بشمار می‌روند که به شکل زیر نشان داده می‌شوند:

$$\int_{\Omega^e} Q f_1 dx = 0, \quad \int_{\Omega^e} \omega f_2 dx = 0 \quad (6)$$

در این معادله Q و  $\omega$  به ترتیب توابع وزنی مرتبط با توابع درون‌یابی فشار p و سرعت u اند.

برای بدست آوردن شکل ضعیف شده معادله اندازه حرکت نیز باید به روش انتگرال جزء به جزء مسأله را حل کرد که در مراجع فنون مربوط به آن کاملاً شرح داده شده است [۲۲]. در روش ریتز - گالکین که در این

Fastflo شامل سه بخش اصلی است که این بخش‌ها عبارتند از: بخش مش (mesh)، بخش حل مسأله (probe) و بخش نتایج (mesh out) که به اختصار توضیح داده می‌شود.

- بخش مش: مش بندی در نرم افزار به دو شکل مثلثی سه گره و همچنین مثلثی شش گره طراحی می‌شود که ارتباط بین گره‌ها به شکل تقریب خطی یا تقریب دو جمله‌ای بیان می‌شود. در بخش مش نرم افزار تعداد گره‌های گوشه و نوع جزء مشخص می‌شود. همچنین، نرم افزار این قابلیت را دارد که با تغییر میزان غلظت اجزا در گره‌های معین همگرایی جواب‌ها را بهتر کند. به عنوان مثال در شکل‌های هندسی پیچیده که جریان‌های کششی یا برگشتی در گوشه‌های حدیده بیشتر است، تغییر در تعداد اجزا در این گوشه‌ها می‌تواند تا حد زیادی به همگرایی نتایج کمک کند. در بخش مش شرایط مرزی نیز معین شده و مختصات هر گره یا نقطه به وسیله سطری مشخص می‌شود.

- بخش حل مسأله: در این بخش هر معادله به شکل دیفرانسیلی با زبان Fasttak بیان و هر بردار که دارای مقادیر معین در هر گره است با  $V_{aob}$  مشخص می‌شود که بسته به درجه آزادی مسأله متفاوت است. مثلاً اگر سرعت تنها متغیر مسأله باشد، بردارها به صورت  $V_{1,2}$  و  $V_{1,3}$  و  $V_{1,1}$  مشخص می‌شود که  $a$  نشان دهنده تراز بردار،  $o$  جداکننده  $b$  و شماره جزء را نشان می‌دهد بنابراین، تعداد ستون‌ها به درجه آزادی مسأله بستگی دارد.

- بخش نتایج: کلیه نتایج مربوط به هر گره را می‌توان در این بخش ردیابی کرد.

## نتایج و بحث

از نرم افزار Fastflo در شبیه‌سازی جریان آمیزه لاستیکی آج تابر از درون حدیده موین و حدیده اکسترودر آزمایشگاهی با سطح مقطع دایره استفاده شد. در این پژوهش، از دو حدیده موین (۱ و ۶) و یک حدیده اکسترودر آزمایشگاهی با سطح مقطع دایره استفاده شد که ابعاد آنها در جدول ۱ آمده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در حدیده موین انطباق بسیار

جدول ۱ - مشخصات ابعادی حدیده‌های موین و حدیده اکسترودر.

ابعاد (mm)	حدیده ۱	حدیده ۶	حدیده اکسترودر
Dc	۷۲۵	۴۰	۳۰
Lc	۲۹/۶	۲۹/۹	۲۱

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \mu D_{ij}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda \tau_{ij}^v) \quad (14)$$

$$\tau_{ij}^p + \lambda \tau_{ij}^v = \nu \mu^p D_{ij}$$

مدل اجزای محدود برای معادلات یاد شده را می‌توان به شکل زیر مشخص کرد:

$$u_i = \sum_m \Psi_m u_i^m = \Psi^T u_i \quad (15)$$

$$P = \sum_n \Phi_n P_n = \Phi^T P$$

$$\tau_{ij} = \sum_k \Pi^k \tau_{ij}^k = \Pi^T \tau_{ij}$$

که در اینجا  $\Psi$  و  $\Phi$  و  $\Pi$  به ترتیب عبارت از توابع پایه برای سرعت، فشار و تنش است.

بنابراین برای معادله اندازه حرکت و پیوستگی معادله ۱۶ به شکل زیر:

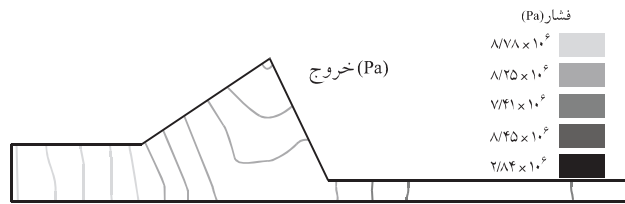
$$\left[ \int_{\Omega^e} \rho \Phi \Phi^T u_j \frac{\partial \Phi^T}{\partial x_j} dx \right] u_i + \left[ \int_{\Omega^e} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi^T}{\partial x_j} dx \right] u_i + \left[ \int_{\Omega^e} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \frac{\partial \Phi^T}{\partial x_j} dx \right] u_j + \left[ \int_{\Omega^e} -\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \Psi^T dx \right] P - \left[ \int_{\Omega^e} \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \tau_{ij}^v dx \right] = \left[ \int_{\Gamma^e} \Phi \tau_{ij} n_j ds \right] \left[ \int_{\Omega^e} -\Psi \frac{\partial \Phi^T}{\partial x_i} dx \right] u_i = 0 \quad (16)$$

و برای معادله پایه UCM معادله ۱۷ به شکل زیر تعریف می‌شود:

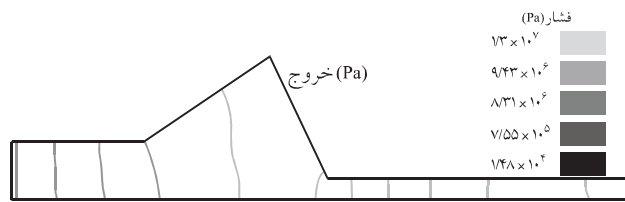
$$\left[ \int_{\Omega^e} \Pi \Pi^T dx \right] \tau_{ij} + \left[ \int_{\Omega^e} \Pi \lambda \tau_{ij}^v dx \right] - \left[ \int_{\Omega^e} \mu^p \Pi \frac{\partial \Phi^T}{\partial x_j} dx \right] u_i - \left[ \int_{\Omega^e} \mu^p \Pi \frac{\partial \Phi^T}{\partial x_i} dx \right] u_j = 0 \quad (17)$$

## معرفی نرم افزار Fastflo و قابلیت‌های آن

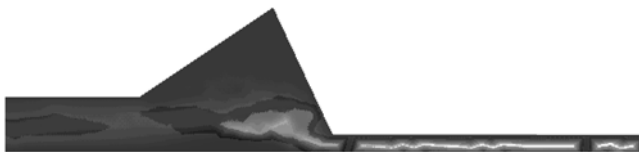
برای کلیه معادلات و شبیه‌سازی از نرم افزار Fastflo استفاده شده است. Fastflo نرم افزاری برای حل معادلات دیفرانسیلی جزئی (PDE) با روش اجزای محدود است. این نرم افزار قابلیت حل معادلات را به شکل‌های متنوع دارد و از زبان برنامه‌نویسی خود، با عنوان Fasttak بهره می‌برد که قابلیت پذیرفتن بسیاری از معادلات به شکل‌های متنوع را دارد و آنها را با بیانی ساده معرفی می‌کند. نرم افزار



شکل ۴ - توزیع نمودارهای هم‌اندازه فشار در حدیده اکسترودر آزمایشگاهی ( $T = 100^{\circ}\text{C}$  و  $N = 10 \text{ rpm}$ ).



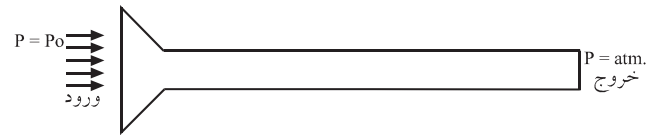
شکل ۵ - توزیع نمودارهای هم‌اندازه فشار در حدیده اکسترودر آزمایشگاهی ( $T = 100^{\circ}\text{C}$  و  $N = 40 \text{ rpm}$ ).



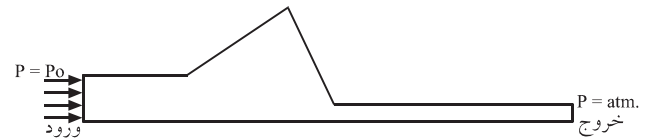
شکل ۶ - توزیع نمودارهای هم‌اندازه سرعت در اکسترودر آزمایشگاهی ( $T = 100^{\circ}\text{C}$  و  $N = 40 \text{ rpm}$ ).



شکل ۷ - توزیع نمودارهای هم‌اندازه سرعت در اکسترودر آزمایشگاهی ( $T = 100^{\circ}\text{C}$  و  $N = 40 \text{ rpm}$ ).



شکل ۲ - مدل اجزای محدود در لوله مویین.



شکل ۳ - مدل اجزای محدود در حدیده اکسترودر آزمایشگاهی با سطح مقطع دایره (تقارن محوری).

خوبی با نتایج تجربی نشان داد. در مورد حدیده اکسترودر آزمایشگاهی با سطح مقطع دایره نیز نتایج از انطباق خوبی برخوردارند. البته، در سرعت‌های زیاد پیچ به دلیل جریان‌های کششی در مرحله ورودی به حدیده و نیز پدیده سرخوردگی اختلاف بین نتایج بیشتر شده است.

مدل اجزای محدود برای حدیده مویین در شکل ۲ و برای حدیده در حالت نیم‌رخ در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل‌ها پدیده مسئله حدیده مویین دارای ۳۱۶ جزء ۶ گره‌ای بوده و در مجموع ۷۱۵ گره را شامل می‌شود و حدیده اکسترودر آزمایشگاهی نیز شامل ۳۲۱ جزء ۶ گره‌ای است که در مجموع ۷۲۰ گره می‌شود. در تعیین تعداد گره‌ها و اجزای مناسب همگرایی جواب‌ها در نظر گرفته شد، برای این منظور ابتدا مسئله با تعداد جزء کم تحلیل و سپس تعداد اجزا افزایش یافت تا جواب‌های بدست آمده به همگرایی مناسبی رسیدند. جدول ۲ نتایج محاسبه و اندازه‌گیری شده برای دبی در حدیده مویین را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد انطباق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد که بیانگر قابلیت زیاد نرم‌افزار در تحلیل این مسئله

جدول ۲ - مقایسه بین مقادیر اندازه‌گیری و محاسبه شده برای دبی در دو حدیده مویین ۱ و ۶ در دمای  $100^{\circ}\text{C}$ .

دبی محاسبه شده ( $\text{mm}^3/\text{s}$ )	دبی اندازه‌گیری شده ( $\text{mm}^3/\text{s}$ )	فشار ورودی (MPa)	سرعت planger ( $\text{cm}/\text{min}$ )	نوع حدیده
۲۱۹/۳۵	۲۲۵/۶۴۴	۷۵/۹۶	۲۰	حدیده ۱
۲۷۰/۵	۲۱۳/۷۶	۴۵/۱۴	۲	
۰/۶۸	۰/۷۱۲	۲۳/۶۷	۰/۰۶	
۲۱۷/۴۷	۲۲۵/۶۴۴	۲۲/۴۳	۲۰	حدیده ۶
۱۹/۳۶	۲۱۳/۷۶	۱۷/۲۸	۲	
۰/۶۴	۰/۷۱۲	۴/۲۶	۰/۰۶	

سپس با استفاده از تنش محاسبه شده میزان تورم برای دو حدیده موین و یک حدیده اکسترودر آزمایشگاهی در دمای  $100^{\circ}\text{C}$  محاسبه شد. جدول‌های ۳ و ۴ نتایج مربوط به دبی و تورم برای حدیده اکسترودر آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، به دلیل وجود جریان‌های کششی و برگشتی در سرعت‌های زیاد پیچ، مقایسه نتایج با کمی اختلاف همراه است. در شکل‌های ۷-۴ که نمودارهای هم‌اندازه فشار و هم‌اندازه سرعت در سرعت‌های کم و زیاد را درون حدیده اکسترودر نشان می‌دهد این مسئله کاملاً واضح است.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، آمیزه لاستیکی اصلی آج تابر انتخاب و رفتار جریان آن در حدیده موین و حدیده اکسترودر آزمایشگاهی با سطح مقطع دایره شبیه‌سازی شد. برای این کار، ابتدا با فرض تابعیت رفتار آمیزه لاستیکی از ویسکوالاستیک ماکسول پارامترهای آمیزه معین شد. همچنین، داده‌های هندسی برای ایجاد اجزای محدود با استفاده از بخش مش نرم افزار Fastflo انجام شد. برای نشان دادن قابلیت مدل ارائه شده با نرم افزار و نیز بررسی میزان دقت، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با مقادیر اندازه‌گیری شده تجربی مقایسه شد. با کمک نرم افزار Fastflo توزیع نمودارهای هم‌اندازه سرعت و فشار برای جریان از درون حدیده موین و حدیده اکسترودر محاسبه و مشخص شد که می‌توان به مدل بکار برده شده و نیز روش حل نرم افزار اعتماد کرد. بنابراین، نتایج نشان می‌دهد این روش قابلیت خوبی در پیش‌بینی تورم بعد از حدیده ارائه می‌کند.

### مراجع

- French T., *Tyre Technology*, Adam Hilger, New York, Chap. 4, 1988.
- McDonald P., *Tire Imprient Evidence*, CRC, Tokyo, Chap. 1, 1993.
- Whelan A. and Lee K.S., *Development in Rubber Technology*, Elsevier Applied Science, New York, Chap. 7, 1987.
- Karrabi M., Bakhshandeh Gh.R. and Ghoreishy M.H.R., Rheological Study of Tyre Tread Compound, (Part I): Determination of Wall Slip Coefficient and Elastic Swell Using Capillary Rheometer, *Iran. Polym. J.*, **13**, 317-325, 2004..
- Joshi P.G. and Leonov A.I., Modelling of Steady and Time-

جدول ۳ - مقایسه بین مقادیر اندازه‌گیری و محاسبه شده دبی در حدیده اکسترودر آزمایشگاهی در دمای  $100^{\circ}\text{C}$ .

سرعت پیچ ( $\text{min}^{-1}$ )	فشار ورودی (MPa)	دبی اندازه‌گیری شده ( $\text{mm}^3/\text{s}$ )	دبی محاسبه شده ( $\text{mm}^3/\text{s}$ )
۱۰	۱۷۱	۱۹۷/۴۰	۱۹۹/۴۲
۲۰	۱۳/۶	۴۱۷/۰۲	۴۱۷/۴۲
۳۰	۱۴/۲	۶۵۲/۲۲	۶۶۵/۲۱
۴۰	۱۴/۹	۸۹۲/۳۱	۹۲۱/۳۲

جدول ۴ - مقایسه بین مقادیر اندازه‌گیری و محاسبه شده تورم در حدیده اکسترودر آزمایشگاهی در دمای  $100^{\circ}\text{C}$ .

سرعت پیچ ( $\text{min}^{-1}$ )	تنش دیواره حدیده (MPa)	تورم اندازه‌گیری شده (%)	تورم محاسبه شده (%) d/D
۱۰	۱۷۱	۱۹۷/۴۰	۱۹۹/۴۲
۲۰	۱۳/۶	۴۱۷/۰۲	۴۱۷/۴۲
۳۰	۱۴/۲	۶۵۲/۲۲	۶۶۵/۲۱
۴۰	۱۴/۹	۸۹۲/۳۱	۹۲۱/۳۲

است. در جدول ۳ نیز همین نتایج برای حدیده اکسترودر آزمایشگاهی آمده است که در برش‌های زیاد (یا سرعت زیاد پیچ) مقداری اختلاف در نتایج مشاهده شده است.

یکی از اهداف شبیه‌سازی که در این کار پژوهشی در نظر گرفته شده است پیش‌بینی میزان تورم بعد از حدیده موین و حدیده اکسترودر است. برای این منظور ابتدا ضرایب معادله تانر بدست آمد و

dependent Responses in Filled, Uncured and Crosslinked Rubbers, *Rheol. Acta*, **40**, 350-365, 2001.

- Agassant J.F., Avenas P., Sergent J.Ph. and Carreau P.J., *Polymer Processing Principles and Modelling*, Carl Hanser, New York, Chap. 6, 1991.
- Beverly C.R. and Tanner R.I., Compressible Extrudate Swell, *Rheol. Acta*, **32**, 526-531, 1993.
- Xue S.C., Phan-thein N. and Tanner R.I., Three Dimensional Numerical Simulation of Viscoelastic Flows through Planar Contractions, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **74**, 195-245, 1998.
- Park H.M. and Ryu D.H., Nonlinear Convective Stability Prob-

- lems of Viscoelastic Fluids in Finite Domains, *Rheol. Acta*, **41**, 427-440, 2002.
10. Bird R.B., *Transport Phenomena*, John Wiley, New York, Chap. 3, 1960.
  11. Mitsulis E., *Numerical Simulation of Viscoelastic Fluid* in Encyclopedia of Fluid Mechanics, Cheremisinoff N.P. (Ed), **9**, Gulf., Houston, Chap. 21, 1990.
  12. Sun J., Smith M.D., Armstrong R.C. and Brown R.A., Finite Element Method for Viscoelastic Flows Based on the Discrete Adaptive Viscoelastic Stress Splitting and the Discontinuous Galerkin Method: DAVSS-G/DG, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **86**, 281-307, 1999.
  13. Fan Y., Tanner R.I. and Phan-Thein N., Galerkin/Least-square Finite-Element Methods for Steady Viscoelastic Flows, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **84**, 233-256, 1999.
  14. Matallah H., Townsend P. and Webster M.F., Recovery and Stress-splitting Schemes for Viscoelastic Flows, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **75**, 139-166, 1998.
  15. Baaijens F.P.T., Mixed Finite Element Method for Viscoelastic Flow Analysis: a Review, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **79**, 361-385, 1998.
  16. Sander R. and Pittman J.F.T., Simulation of Slit Dies in Operation Including the Interaction Between Melt Pressure and Die Deflection, *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 1927-1989, 1996.
  17. Keunings R., *Simulation of Viscoelastic Fluid Flow in Fundamentals of Computer Modelling for Polymer Processing*, Tucker C.L. (Ed.), (3rd ed.), Carl Hanser, New York, Chap. 9, 1989.
  18. Macosko Ch.W., *Rheology Principles Measurements and Applications*, VCH, New York, Chap. 4, 1994.
  19. Walberer J.A. and Mc Hugh A.J., The Linear Viscoelastic Behavior of Highly Filled Polydimethylsiloxane Measured in Shear and Compression, *J. Rheol.*, **45**, 187-201, 2001.
  20. Leblanc J.L. and Cartualt M., Advanced Torsional Dynamic Methods to Study the Morphology of Uncured Filled Rubber Compounds, *J. Appl. Polym. Sci.*, **80**, 2093-2104, 2001.
  21. Agur E.E. and Vlachopoulos J., Numerical Simulation of a Single-screw Plasticating Extruder, *Polym. Eng. Sci.*, **22**, 1084-1094, 1982.
  22. Bird R.B., Armstrong R.C. and Hassager O., *Dynamics of Polymeric Liquids, I: Fluid Mechanics*, 2nd ed., John Wiley, New York, Chap. 5, 1987.