روش جدید حل معادلات اندازه حرکت در شرایط همدما برای سیالات غیرنیوتونی در ناحیه سنجش اکسترودر

New Method of Momentum Equation Solving Under Isothermal Condition for Non-Newtonian Fluids in Metering Region

میرحمید رضا قریشی ،مهدی رفیع زاده

مرکز تحقیقات و توسعه علوم وتکنولوژی مواد پلیمری

واژه‌های کلیدی:

اکستروژن ،سیالات غیرنیوتونی ،ناحیه سنجش ،معادلات اندازه حرکت ،معادله رئولوژیکی

چکیده

حل معادلات اندازه حرکت در ناحیه سنجش یک ماریچ اکسترودر تک مجرا، نخستین گام در مدلسازی ریاضی این فرایند به شمار می‌آید.به دلیل متفاوت بودن رفتار رئولوژیکی مذاب پلیمرها ،روش حل مورد استفاده لزوماً باید مستقل از نوع معادله رئولوژیکی باشد.در کار پژوهشی حاضر نخست مروری شده بر روشهای گوناگونی که توسط سایر پژوهشگران در این زمینه به کار گرفته شده است.سپس ،معادلات اندازه حرکت در حالت یک بعدی و شرایط همدما برای حرکت سیالات غیرنیوتونی مورد مطالعه قرار گرفته است.در ضمن ،روش جدیدی بر مبنای تکنیک حل عددی ارائه و یک برنامه کامپیوتری به زبان C برای آن نوشته شده است.به دنبال آن برای نشان دادن قابلیتهای روش یاد شده، برنامه کامپیوتری نوشته شده برای جریان مذاب پلی استیرن ، پلی اتیلن (سبک و سنگین) و پلی پروپیلن در شش حالت گوناگون اجرا شده که نتایج به دست آمده ارائه شده است.

مقدمه

بدون شک فرایند اکستروژن نه تنها به عنوان یکی از فرایندهای شکل‌دهی بیشتر محصولات پلیمری (مانند لوله‌ها ،الیاف مصنوعی ، پروفیلها) بلکه به عنوان پایه اغلب فرایندهای شکل‌دهی پلیمرها (مانند فرایندهای تزریقی و قالبگیری دمشی) ،از زمره فرایندهای مهم در تکنولوژی پلیمرها به شمار می‌آید.از این رو ،فعالیتهای پژوهشی زیادی از دیر باز در زمینه شناخت نظری این فرایند برای دستیابی به دانش فنی طراحی و راه‌بری بهینه آن آغاز شده است.نگاهی گذرا به حجم کارهای پژوهشی صورت گرفته و در حال انجام در زمینه شکل‌دهی مواد پلیمری به خوبی مبین این نکته است.حل معادلات اندازه حرکت برای جریان مذاب پلیمرها از درون مجرای اکسترودر ،نخستین گام در مدلسازی ریاضی این فرایند به شمار می‌آید و تقریباً در همه کارهای پژوهشی ،حل هرچه دقیقتر این معادلات اهمیت بیشتری دارد.آنچه که در پی این مقدمه می‌آید ،نخست مروری بر روشهای گوناگونی است که تاکنون در جهت حل معادلات اندازه حرکت در اکسترودرهای تک پیچه صورت گرفته است و سپس روش انتخابی مولفان مقاله ارائه خواهد شد.در ادامه ،نتایج حاصل از تحلیل حرکت مذاب پلیمرهای پلی استیرن ،پلی اتیلن سبک و سنگین و پلی پروپیلن به کمک مدلهای گوناگون از گرانروی توسط یک برنامه کامپیوتری ارائه می‌شود و با نتایج حاصل از مدلسازیهای مشابه نیز مقایسه می‌گردد.این نتایج شامل گرادیانهای فشار در جهتهای z و x و توزیع سرعت در جهتهای z و x ،یعنی v_z و v_x می‌باشند.اشاره به این نکته خالی از فایده نیست که به دلیل تاکید روشهای جدید ،از جمله روش ارائه شده در این مقاله ،بر مدلهای پیچیده گرانروی ،به کارگیری روشهای عددی اجتناب ناپذیر است و از این رو ،روش ارائه شده در این مقاله بیشتر بر تکنیک ریاضی حل مسئله تاکید دارد که در مقایسه با روشهای دیگر در مورد مواد پلیمری فراگیرتر است.نکته دیگر آنکه یک تحلیل درست از چگونگی حرکت سیالات پلیمری از درون مجرای اکسترودر زمانی میسر است که حل معادلات اندازه حرکت به صورت توأم با معادلات گرما (روش ناهمدما) صورت گیرد.با وجود این ،چون هدف اصلی این کار پژوهشی بهبود روش حل معادلات اندازه حرکت می‌باشد ،از این رو به ارائه نتایج به دست آمده از حل معادلات یاد شده اکتفا شده است.بدیهی است که به کارگیری این روش همراه با حل معادلات گرما بدون هیچ گونه اشکالی ممکن است.

مروری بر کارهای انجام شده

نخستین و ساده‌ترین مدلی که برای معادلات اندازه حرکت به کار گرفته

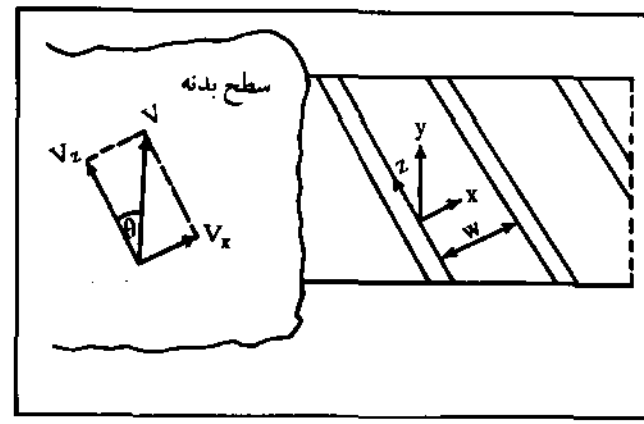
Key Words:extrusion, non newtonian fluids, metering region , momentum equations, rheological equation

شده ،برمبنای مدل نیوتونی گرانروی بوده است که در چنین حالتی معادلات اندازه حرکت به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \eta\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2}\right) \qquad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \qquad (2)$$

که $\partial p/\partial z$ و $\partial p/\partial x$ به ترتیب گرادیانهای فشار در جهتهای z و x، v_z و v_x مقادیر سرعت در جهتهای z و x و η گرانروی نیوتونی است.شکل ۱ طرحی از وضعیت هندسی مجرای اکسترودر را همراه با محورهای مختصات انتخابی نشان می‌دهد.



شکل ۱ - وضعیت هندسی مجرای یک اکسترودر همراه با محورهای مختصات انتخابی

در این شکل z جهت اصلی جریان ،x جهت عرضی جریان (در راستای پهنای مجرا) و y جهت عمود بر کف مجرا را نشان می‌دهد. همچنین ،θ مبین زاویه مارپیچ یا زاویه بین پره (flight) و صفحه عمود بر محور اصلی مارپیچ است.یادآوری می‌شود که دو فرض اساسی مدلسازی اکستروژن ،یعنی ثابت فرض کردن مارپیچ و گردش پوسته به دور آن و صرفنظر کردن از انحنای مارپیچ ،در این شکل منظور شده است.معادلات بالا براساس فرض دو بعدی بودن جریان در جهت z و یک بعدی بودن آن در جهت x نوشته شده‌اند که به راحتی می‌توان از روی آنها معادلات یک بعدی جریان را نیز به دست آورد.حل این معادلات به روش تحلیلی میسر است [1,2].اشکال عمده این مدل منظور نداشتن رفتار غیرنیوتونی بسیاری از سیالات پلیمری است و از این رو ،تلاش زیادی شده است تا به نوعی رفتار غیرنیوتونی در معادلات بالا گنجانده شود.مدل کمی پیچیده‌تر که به اعمال رفتار غیرنیوتونی سیال در معادلات می‌پردازد ، مدلی یک بعدی است که توسط فنر معرفی شده است [3].شکل معادلات اندازه حرکت در این حالت به صورت زیر است:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{d}{dy}\left(\eta \frac{dv_z}{dy}\right) \qquad (3)$$

که در آن η یا گرانروی با معادله قانون توانی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{dv_z}{dy}\right)^{n-1} \qquad (4)$$

که η_0 ضریب ثابت و n مقدار شاخص قانون توانی است.فنر حل معادله بالا را به روش تحلیلی مورد مطالعه قرار داده است [3].معادله فرض شده برای گرانروی اگرچه دارای جمله‌هایی است که به بیان رفتار غیرنیوتونی می‌پردازد ،ولی مقدار سرعت برشی را با جمله ساده dv_z/dy نشان می‌دهد که به علت منظور نداشتن جمله dv_x/dy از دقت و کارآیی لازم برخوردار نیست.مدل کاملتر و بهتری که بتواند هر دو جمله یاد شده را در معادله گرانروی منظور دارد باید دارای دو معادله اندازه حرکت در جهتهای x و z به طور توام باشد که به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{d}{dy}\left(\eta \frac{dv_z}{dy}\right) \qquad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{d}{dy}\left(\eta \frac{dv_x}{dy}\right) \qquad (6)$$

شرایط مرزی برای این معادلات عبارت‌اند از:

$$y=0 \qquad v_z = v_x = 0 \qquad (7)$$

$$y=H \qquad v_z=V_z=\Pi DN\cos\theta \,, v_x=V_x=\Pi DN\sin\theta \qquad (8)$$

که D قطر مارپیچ ،N تعداد دور مارپیچ در واحد زمان ،H ارتفاع مجرا ، V_z و V_x به ترتیب سرعتهای ماکسیمم در جهتهای z و x می‌باشند.در این معادلات فرض شده است که η تابعی از سرعت برشی باشد ،یعنی:

$$\eta = \eta(\dot{\gamma}) \qquad (9)$$

که $\dot{\gamma}$ سرعت برشی است و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\gamma} = \left[\left(\frac{dv_z}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2\right]^{1/2} \qquad (10)$$

چگونگی حل این معادلات توسط پژوهشگران مختلف و توسط روشهای گوناگون مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است که معروفترین آنها تکنیک معرفی شده توسط فنر است [3,4].در این روش یک معادله با قانون توانی برای گرانروی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\eta = \eta_0 \left[\left(\frac{dv_z}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \qquad (11)$$

روش حل مبتنی بر قرار دادن معادله ۱۱ در معادلات ۵ و ۶ و انتگرال‌گیری از آنها و به کارگیری شرایط مرزی و سرانجام جایگزینی نتایج حاصل از انتگرال‌گیری در معادلات زیر است:

$$q_z = W\int_0^H v_z(y)\,dy \qquad (12)$$

$$q_x = \int_0^H v_x(y)\,dy = 0 \qquad (13)$$

که q_z و q_x به ترتیب مقادیر دبی در جهتهای z (دبی اصلی جریان) و x (جریان نشتی) می‌باشد.معادله ۱۳ مبین صفر بودن مقدار دبی در جهت x یا صرفنظر کردن از جریان نشتی می‌باشد.در این روش با فرض یک مقدار ثابت برای دبی سعی می‌شود تا مقادیر $\partial p/\partial z$ و $\partial p/\partial x$ برای آنها تعیین گردد.این نکته از اهمیت به سزایی برخوردار است ،زیرا معادلات بالا در طول اکسترودر (جهت z) باید به دفعات حل شوند و از آنجاکه در جهت z مقادیر گرادیانهای فشار (به دلیل تغییر در دما و گرانروی) تغییر می‌کند و مقدار دبی ثابت است ،بدیهی است که راه حل باید برمبنای یک دبی معلوم و مقادیر گرادیانهای فشار مجهول استوار باشد.

البرلی و لیندت [5] نیز حل معادلات بالا را با فرض معادله گرانروی قانون توانی ،یعنی معادله ۱۱ ،مورد مطالعه قرار داده‌اند.پلیمر مورد مطالعه ایشان پلی استیرن با مشخصات رئولوژیکی گزارش شده توسط فنر است [3,4].البرلی و آملال نیز همین سیستم معادلات را با فرض رفتار رئولوژیکی قانون توانی برای پلی اتیلن خطی سبک (LLDPE) حل و نتایج را گزارش کرده‌اند [6].استلر [7] حرکت پلی اتیلن سبک را با فرض پیروی کردن آن از رفتار رئولوژیکی قانون توانی و به کارگیری سیستم معادلات یاد شده مورد مطالعه قرار داده است.آگورو و لاچوپولوس [8] در کار پژوهشی خود که به مدلسازی کامل فرایند اکسترودر گرمانرمها می‌پردازد ،سیستم معادلات یاد شده را به کار گرفتند.ویژگی کار ایشان در انتخاب مدل رئولوژیکی متفاوتی نسبت به رفتار قانون توانی است.مدل گرانروی مورد استفاده ایشان به صورت زیر می‌باشد:

$$Ln\eta = a_0 + a_1 Ln\dot{\gamma} + a_2 (Ln\dot{\gamma})^2 + a_3 t + a_4 t^2 + a_5 t Ln\dot{\gamma} \quad (14)$$

که در آن t دما برحسب °C و a_0 تا a_5 ضرایبی ثابت می‌باشند.پلیمر مورد استفاده در کار پژوهشی ایشان پلی اتیلن سبک و سنگین بوده که در کار پژوهشی حاضر ،همان طور که در بخشهای بعدی مقاله بدان اشاره خواهد شد ،نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

روش جدید حل معادلات

همان گونه که در مقدمه بدان اشاره شد هدف اصلی در این کار پژوهشی حل معادلات اندازه حرکت در حالت یک بعدی برای جریان سیالات پلیمری از درون مجرای یک مارپیچ اکسترودر است.معادلات اندازه حرکت برای حالت مورد بحث به صورت معادلات ۵ و ۶ با شرایط مرزی بیان شده در روابط ۷ و ۸ می‌باشند.مسئله عمده در حل معادلات یاد شده وجود عبارت η یا گرانروی است که به دلیل وابسته بودن آن به سرعت برشی ،معادلات اندازه حرکت حالت غیر خطی پیدا می‌کند و حل آنها حتی از راه عددی دچار دشواریهایی می‌شود.همان طور که در قسمت قبل بدان اشاره شد کلیه راههای عرضه شده تاکنون مبتنی بر به کارگیری یک معادله مشخص از گرانروی بوده‌اند.ولی ،از آنجاکه رفتار رئولوژیکی پلیمرها اغلب با یکدیگر متفاوت است و حتی برای یک پلیمر مشخص در سرعتهای برشی مختلف تغییر می‌کند ،از این رو در روش پیشنهادی سعی شده است که وابستگی به معادله گرانروی به نوعی حذف شود تا امکان به کارگیری آن برای هر پلیمر و با هر رفتار رئولوژیکی میسر گردد.

برای حل معادلات یاد شده ،ابتدا یک سری جمله‌های بدون بعد به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\Pi_P = \frac{(\partial p/\partial z)\, H^2}{\eta_{(b)} V_z} \quad (15)$$

$$\Pi_T = \frac{(\partial p/\partial x)\, H^2}{\eta_{(b)} V_x} \quad (16)$$

$$\Pi_V = \frac{q_z}{WH\, V_z} \quad (17)$$

$$y^* = y/H \;,\; w^* = v_z/V_z \;,\; u^* = v_x/V_z \;,\; \eta^* = \eta/\eta_{(b)} \quad (18)$$

در روابط بالا Π_P ،Π_T و Π_V به ترتیب گرادیانهای فشار در جهت z و x و دبی بدون بعد ،$\eta_{(b)}$ گرانروی در روی پوسته (به ازای سرعت برشی معادل V_z/H) ،η^* گرانروی بدون بعد ،w^* و u^* مولفه‌های سرعت بدون بعد در جهتهای z و x و سرانجام y^* مولفه جهت y بدون بعد است.

با قرار دادن جمله‌های بدون بعد یاد شده در معادلات ۵ و ۶ این روابط به صورت زیر در می‌آیند:

$$\Pi_P = \frac{d}{dy^*}\left(\eta^* \frac{dw^*}{dy^*}\right) \quad (19)$$

$$\Pi_T = \frac{d}{dy^*}\left(\eta^* \frac{du^*}{dy^*}\right) \quad (20)$$

که شرایط مرزی معادلات بالا به صورت زیر است:

$$y^* = 0 \qquad w^* = u^* = 0 \quad (21)$$

$$y^* = 1 \quad w^* = 1 \;,\; u^* = tg\theta \quad (22)$$

همچنین معادلات ۱۲ و ۱۳ به صورت زیر در می‌آیند:

$$\Pi_V = \int_0^1 w^* dy^* \quad (23)$$

$$\int_0^1 u^* dy^* = 0 \quad (24)$$

با انتگرال گیری از معادلات ۱۹ و ۲۰ خواهیم داشت:

$$w^* = \Pi_P \int_0^{y^*} \frac{(y^* - y_0^*)}{\eta^*} dy^* \quad (25)$$

$$u^* = \Pi_T \int_0^{y^*} \frac{(y^* - y_1^*)}{\eta^*} dy^* \quad (26)$$

که y_0^* و y_1^* به ترتیب نقاطی روی منحنی نیمرخهای سرعت در

جهتهای z و x هستند که برای آنها مقادیر تنش برشی τ_{zy} و τ_{xy} برابر صفر است.

از قرار دادن شرایط مرزی (۲۱) و (۲۲) در معادلات ۲۵ و ۲۶ و جایگزین کردن معادلات ۲۵ و ۲۶ در روابط ۲۳ و ۲۴ و همچنین انجام عملیات ریاضی مورد نیاز ،چهار معادله زیر حاصل خواهند شد:

$$\Pi_P = \beta(J_0 - J_1 - J_0 \Pi_V) \qquad (۲۷)$$

$$\Pi_{Py_0^*} = \beta(J_1 - J_2 - J_1 \Pi_V) \qquad (۲۸)$$

$$\Pi_T = \beta(J_0 - J_1)\, tg\theta \qquad (۲۹)$$

$$\Pi_{Ty_1^*} = \beta(J_1 - J_2)\, tg\theta \qquad (۳۰)$$

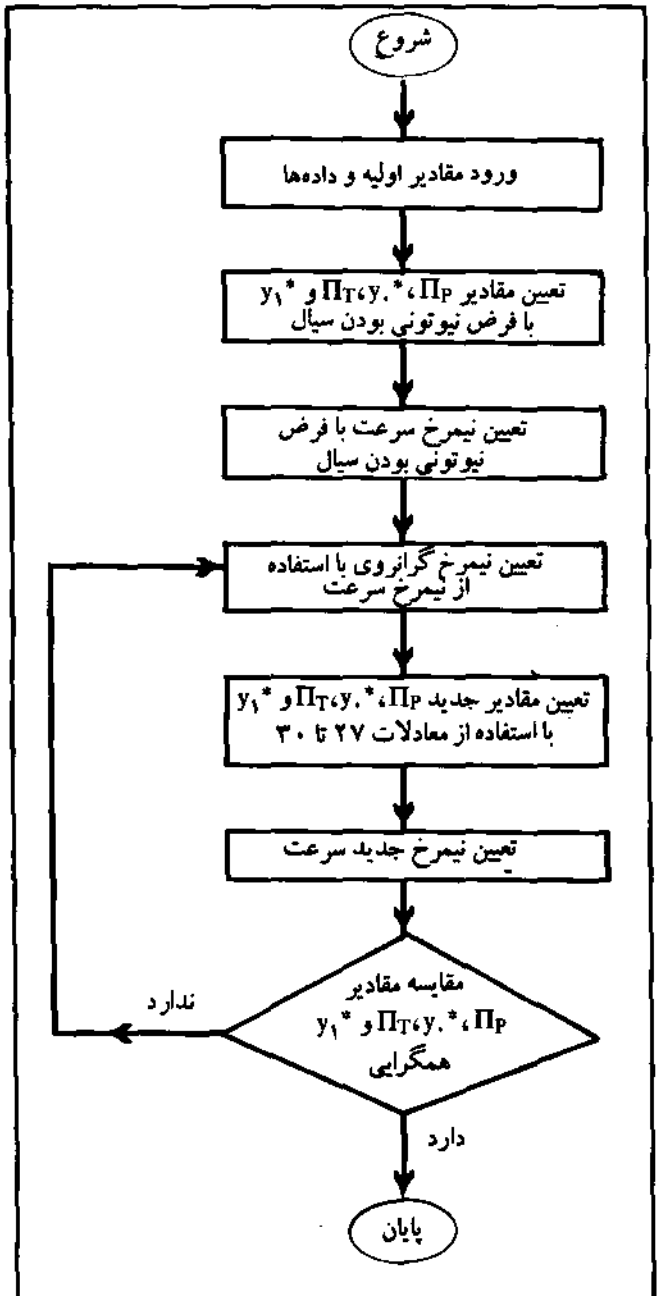
که در این روابط

$$J_m = \int_0^1 \frac{y^{*m}}{\eta^*}\, dy^* \qquad (۳۱)$$

و

$$\beta = (J_0 J_2 - J_1^2)^{-1} \qquad (۳۲)$$

چهار مجهول Π_P ،$\Pi_{Py_0^*}$ ،Π_T و y_1^* در این معادلات وجود دارند که باید مشخص شوند.حل معادلات به شکل عددی و بدین صورت است که ابتدا جهت y^* به تعداد معینی فاصله تقسیم بندی می‌شود و سپس با فرض نیوتونی بودن رفتار سیال ،چهار مقدار برای مجهولات یاد شده به دست می‌آید.برای ساده سازی محاسبات ،چهار مجهول به صورت Π_P ، $\Pi_{Py_0^*}$ ،Π_T و $\Pi_{Ty_1^*}$ در نظر گرفته می‌شوند و از روی آنها مقادیر نیمرخهای سرعت و سرانجام مقادیر گرانروی ،از روی نیمرخهای سرعت به دست می‌آیند.با معلوم بودن نیمرخ گرانروی ،چهار مقدار جدید برای مجهولات مورد بحث از روی معادلات ۲۷ تا ۳۰ و نیمرخهای سرعت از معادلات ۲۵ و ۲۶ محاسبه می‌شوند و با مقادیر قبلی خود مقایسه می‌گردند.چنانچه مقدار خطای حاصل از حد معینی کمتر نباشد ،دوباره نیمرخ گرانروی جدیدی به دست می‌آید و چهار مقدار دیگر برای مجهولات یاد شده محاسبه و با مقادیر قبلی مقایسه می‌شوند.ولی ،در صورتی که مقدار خطا از حد معینی کمتر باشد ،مسئله حل شده تلقی می‌گردد و محاسبه به پایان می‌رسد.براساس الگوریتم طرح شده در قسمت قبل یک برنامه کامپیوتری به زبان C تهیه شد که قادر به انجام محاسبات یاد شده است.نگاره جریان این برنامه کامپیوتری مطابق شکل ۲ است.



شکل ۲ - نگاره جریان برنامه کامپیوتری براساس روش جدید حل معادلات

همان طوری که از نگاره جریان بالا و نیز معادلات برداشت می‌شود ،در تعیین نیمرخ گرانروی برنامه مقید به استفاده از هیچ گونه معادله خاصی نیست.به عبارت بهتر ،هر نوع معادله گرانروی قابل استفاده با این برنامه است.

نتایج و بحث

در مرحله بعد ،این برنامه برای مذاب چندین پلیمر و با مدلهای مختلف از

گرانروی اجرا شد.جمعاً شش بار برنامه اجرا شد که مشخصات کامل هریک از حالتها در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱ - مشخصات پلیمر مورد استفاده ،مدل گرانروی و شرایط فراورش

شماره حالت	نوع پلیمر	مدل گرانروی	مرجع	دما(°C)	مشخصات ماریپیچ و شرایط فراورش					
					D(m)	W(m)	H(m)	N(r/min)	θ (deg)	q (m^3/sec)
۱	پلی استیرن	$\eta = \eta_0 \dot{\gamma}^{n-1}$	۳	۲۲۰	۰/۱۲	۰/۱۰۲	۰/۰۰۶	۱۰۰	۱۷/۶۶	۰/۰۰۰۱۴۳
۲	پلی استیرن	$\eta = \eta_0 \dot{\gamma}^{n-1}$	۳	۲۲۰	۰/۱۲	۰/۱۰۲	۰/۰۰۶	۱۰۰	۱۷/۶۶	۰/۰۰۰۱۴۳
۳	پلی اتیلن سبک	$\eta = \eta_0 \dot{\gamma}^{n-1}$	۷	۱۶۴	۰/۰۴	۰/۰۳۴	۰/۰۰۴	۶۰	۱۷/۶۶	$۵/۱۰۸\times۱۰^{-۶}$
۴	پلی اتیلن سبک	معادله ۱۴	۸	۱۷۰	۰/۰۳۸۱	۰/۰۳	۰/۰۰۲	۶۰	۱۷/۶۶	۲۰×۱۰^{-۶}
۵	پلی اتیلن سنگین	معادله ۱۴	۸	۱۹۰	۰/۰۳۸۱	۰/۰۳	۰/۰۰۲	۶۰	۱۷/۶۶	۲۰×۱۰^{-۶}
۶	پلی پروپیلن	$*\eta_0/\eta = 1+(\tau_{12}/\tau_{12})^{a-1}$	۹	۱۸۰	۰/۰۳۸۱	۰/۰۳	۰/۰۰۲	۶۰	۱۷/۶۶	$۲/۱۰۸\times۱۰^{-۶}$

*در معادله آلیس a شاخص معادله و η_0 و τ_{12} ضرایب ثابت‌اند.

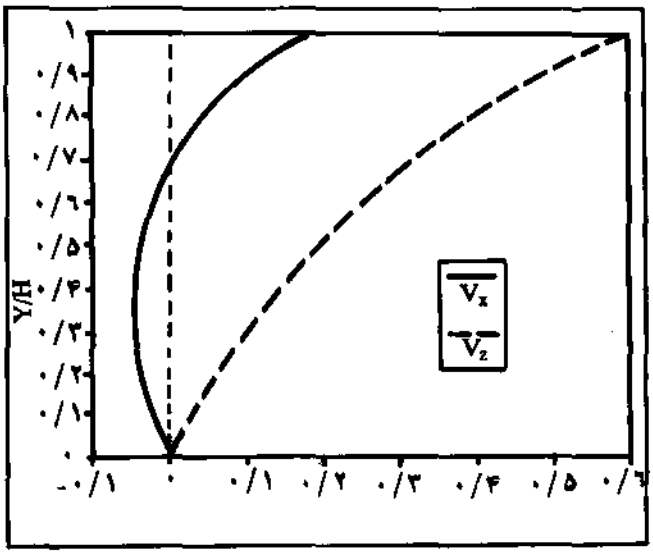
می‌دهد.تفاوت بین حالت ۱ و ۲ در این است که محاسبات مربوط به حالت دوم با استفاده از الگوریتم پیشنهاد شده توسط فنر [4] انجام شده در حالی که محاسبات حالت اول براساس الگوریتم پیشنهادی در این کار پژوهشی صورت گرفته است.

نتایج عددی حاصل از تحلیلهای بالا به شرح زیر است:

الف - حالت ۱:در این حالت پلیمر مورد استفاده پلی استیرن با معادله رئولوژیکی قانون توانی (مطابق جدول ۱) می‌باشد.ضرایب ثابت این پلیمر برابر n=۰/۳۶ و η_0=۶۹۵۵/۵۹۴ Pa-Sec است [3].مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای این حالت در جدول ۲ آمده است.شکل ۳ نمودار توزیع سرعت V_z و V_x را در جهت y نشان می‌دهد.

جدول ۲ - مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای حالتهای ۱ تا ۶

شماره حالت	گرادیان فشار در جهت z $(\partial p/\partial z)$, (Pa/m)	گرادیان فشار در جهت x $(\partial p/\partial z)$, (Pa/m)
۱	۲۰۲۱۰۶۱	۸۸۳۳۹۲۷
۲	۲۰۵۲۶۷۴	۸۸۵۳۶۴۷
۳	۱۰۴۱۵۴۸۶۹	۱۶۳۰۱۷۰۰۹
۴	۲۸۰۷۵۱۴۹	۳۹۱۴۰۱۹۱
۵	۳۴۲۷۶۰۲۵	۵۲۱۷۸۹۲۹
۶	۱۳۱۴۴۴۱۲	۲۲۰۲۲۲۱۹



شکل ۳ - نمودار توزیع سرعت در جهتهای z و x برای حالت ۱

ب - حالت ۲:در این حالت پلیمر مورد استفاده پلی استیرن با معادله رئولوژیکی قانون توانی (مطابق جدول ۱) می‌باشد.ضرایب ثابت این پلیمر برابر n=۰/۳۶ و η_0=۶۹۵۵/۵۹۴ Pa-Sec است [3].مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای این حالت در جدول ۲ آمده است.شکل ۴ نمودار توزیع سرعت v_z و v_x را در جهت y نشان

ج - حالت ۳:در این حالت پلیمر مورد استفاده پلی اتیلن سبک با معادله رئولوژیکی قانون توانی (مطابق جدول ۱) می‌باشد.ضرایب ثابت این پلیمر برابر n=۰/۴۵ و η_0=۹۱۹۶۹/۶۸ Pa-Sec است [7].مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای این حالت در جدول ۲ آمده است.شکل ۵ نمودار توزیع سرعت v_z و v_x را در جهت y نشان می‌دهد.

د - حالت ۴:در این حالت پلیمر مورد استفاده پلی اتیلن سبک با معادله رئولوژیکی ارائه شده در معادله ۱۴ است.ضرایب ثابت این معادله برابرند با [8]:

$a_0 = ۱۱/۷۸۳۸$

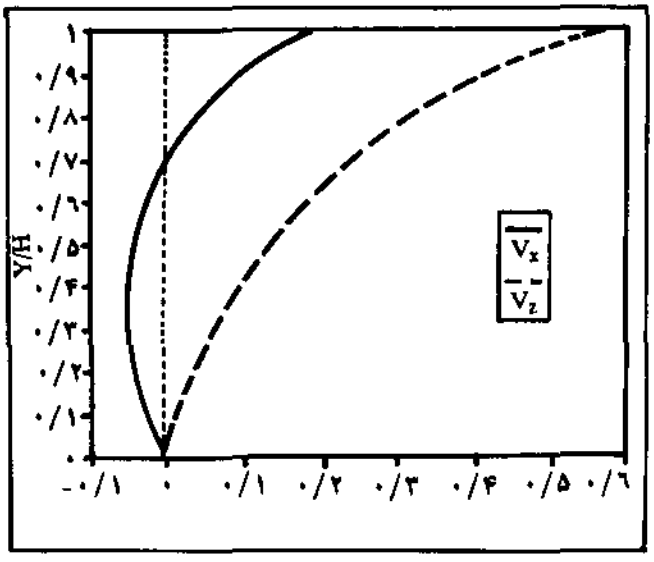
$a_1 = -۰/۶۳۹۱۰۴$

$a_2 = -۰/۰۱۱۲۷۴۴$

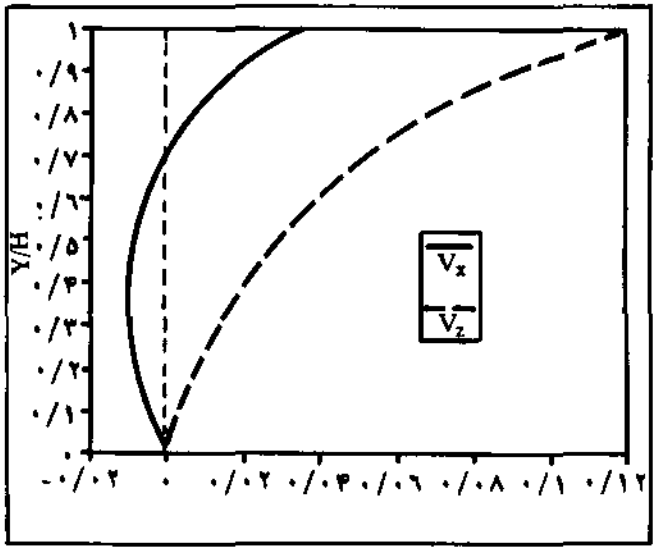
$a_3 = -۰/۰۱۸۳۴۴۹$

$a_4 = ۸/۷۸۴۴۸ \times ۱۰^{-۶}$

$a_5 = ۹/۶۶۵۱۲ \times ۱۰^{-۴}$



شکل ۴- نمودار توزیع سرعت در جهتهای z و x برای حالت ۲



شکل ۵- نمودار توزیع سرعت در جهتهای z و x برای حالت ۳

مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای این حالت در جدول ۲ آمده است.شکل ٦ نمودار توزیع سرعت v_z و v_x را در جهت y نشان می‌دهد.

۸- حالت ۵:در این حالت پلیمر مورد استفاده پلی اتیلن سنگین با معادله رئولوژیکی ارائه شده در معادله ۱۴ می‌باشد.ضرایب ثابت این معادله برابرند با [8]:

$a_0 = ۹/۹۵۳۴۵$

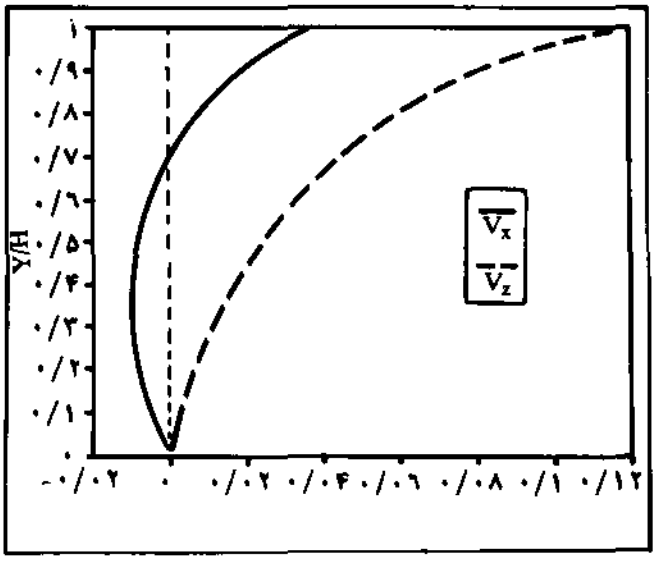
$a_1 = -۰/۷۸۲۴۴۹$

$a_2 = -۰/۰۱۱۴۶۷۷$

$a_3 = ۴/۵۰۰۸۷ \times ۱۰^{-۳}$

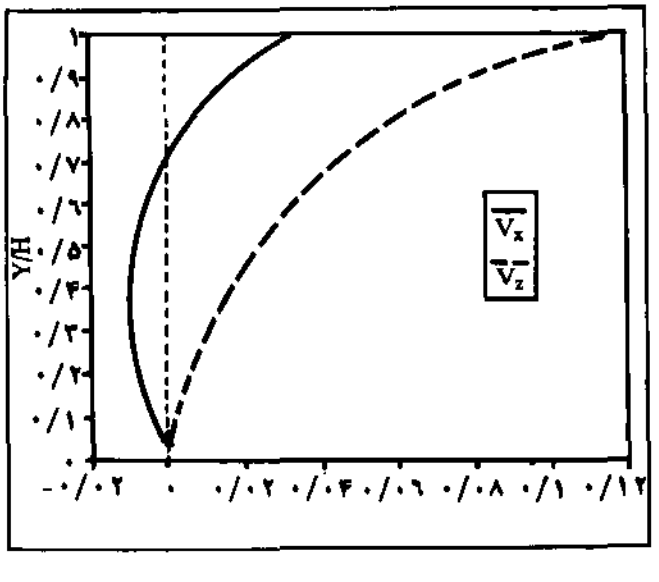
$a_4 = -۳/۹۳۰۲۹ \times ۱۰^{-۵}$

$a_5 = ۱/۴۱۵۹۰ \times ۱۰^{-۳}$



شکل ٦- نمودار توزیع سرعت در جهتهای z و x برای حالت ۴

مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای این حالت در جدول ۲ آمده است.شکل ۷ نمودار توزیع سرعت v_z و v_x را در جهت y نشان می‌دهد.



شکل ۷- نمودار توزیع سرعت در جهتهای z و x برای حالت ۵

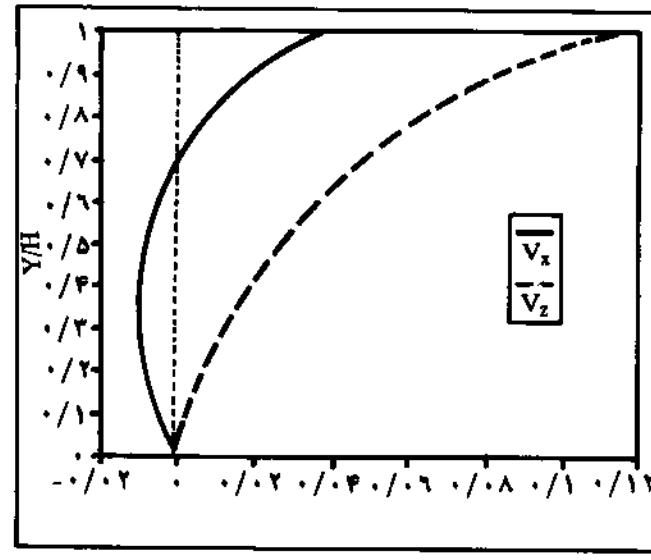
و - حالت ٦:در این حالت پلیمر مورد استفاده پلی پروپیلن با معادله رئولوژیکی الیس (Ellis)است که معادله آن در جدول ۱ داده شده است.مقادیر ضرایب این معادله برای پلیمر مورد بحث برابرند با [9]:

$\alpha = ۲/۷۲$

$\eta_0 = ۴/۲۱ \times ۱۰^۳$

$\tau_{۱/۲} = ۹/۵۷ \times ۱۰^۴$

مقادیر گرادیانهای فشاری محاسبه شده برای این حالت در جدول ۲ آمده است.شکل ۸ نمودار توزیع سرعت v_z و v_x را در جهت y نشان می‌دهد. اشاره به این نکته ضرورت دارد که معادله رئولوژیکی الیس به گونه‌ای است که امکان محاسبه مستقیم η برحسب مقدار معینی از سرعت برشی را به دست نمی‌دهد ،از این رو یک الگوریتم بر مبنای روش نیوتون - رفسن (Newton - Raphson) برای محاسبه گرانروی از معادله رئولوژیکی الیس ،در برنامه کامپیوتری پیش گفته به کار گرفته شد.



شکل ۸ - نمودار توزیع سرعت در جهتهای z و x برای حالت ٦

نتیجه گیری

حل معادلات اندازه حرکت برای جریان سیالات پلیمری در حالت یک بعدی در مجرای اکسترودر با استفاده از معادلات رئولوژیکی گوناگون که در این مقاله مورد بحث و بررسی قرار گرفت ،نخستین گام در مدلسازی ریاضی فرایند اکستروژن به شمار می‌آید.روش عددی ارائه شده در این مقاله تکنیک جدیدی است که برخلاف سایر روشهای ارائه شده ،مبتنی بر یک معادله رئولوژیکی خاص نیست و به کارگیری هر نوع رفتار رئولوژیکی و حتی استفاده مستقیم از داده‌های آزمایشگاهی را ممکن می‌سازد.بنابراین ،با توجه به رفتارهای مختلفی که مواد پلیمری گوناگون در حالت سیال و در سرعتهای برشی مختلف نشان می‌دهند ،به خوبی ضرورت کاربرد یک روش عددی که مستقل از معادله رئولوژیکی باشد احساس می‌شود.روش یاد شده در این پژوهش به راحتی از عهده این کاربر می‌آید.از سوی دیگر ،همان گونه که ملاحظه می‌شود ،معادلات مورد استفاده یک بعدی می‌باشند.با توجه به اینکه برای مقادیر H/W (نسبت ارتفاع به پهنای مجرا) زیاد رفتار از حالت یک بعدی دور می‌شود ،ضرورت حل معادلات در حالت دو بعدی مشخص می‌شود که می‌تواند خود به عنوان یک کار پژوهشی نو مطرح باشد.

مراجع

[1]Bernhardt, E.C., Processing of Thermoplastic Materials, Reinhold, New York, 1974.

[2]Tadmor, Z., Klein, I., Engineering Principles of Plasticating Extrusion, Van Nostrand - Reinhold New York, 1970.

[3]Fenner, R.T., Principles of Polymer Processing, Mac Millan Press, 1979.

[4]Pearson, J.R., Richardson.S.M., Copmputational Analysis of Polymer Processing, Ch.4, Applied Science Pub.London, 1983.

[5]Elbirli, B., Lindt, J.T., A Note on the Numerical Treatment of the Thermally Developing Flow in Screw Extruder, Polymer Eng. & Sci., Vol.24, No.7, 1984.

[6]Elbirli, B., Amellal, K., Performance Study of Variable Pitch Metering Screws for Processing LLDPE Melts, ANTEC 87, Proceeding of 45th Annual Tech Conference and Exhibition, Los Angeles, 4-7 May 1987.

[7]Steller, R.T., Theoritical Model for Flow of Polymer Melts in the Screw Channel, Polymer Eng. & Sci., Vol.30, No.7, 1990.

[8]Agur, E.E., Vlachopoulos.J., Polymer Eng. & Sci., Vol.22, No 7, 1982.

[9]Tadmor, Z., Gogos.C.G., Principle of Polymer Processing, John Wiley & Sons, New York, 1979.